

## مقایسه پیش بینی تورم بر پایه معادلات دیفرانسیل تصادفی با

### مدل های رقیب

احمد ملا بهرامی<sup>۱</sup>

حسن خداویسی<sup>۲</sup>

رضا حسینی<sup>۳</sup>

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۰/۱۲/۷

تاریخ دریافت: ۱۳۸۹/۱۲/۲۴

#### چکیده

در این مقاله به منظور پیش بینی تورم در اقتصاد ایران، ابتدا ماهیت سری زمانی  $CPI$  برای داده های ماهانه ایران در بازه زمانی ۱۳۶۹م تا ۱۳۸۸م، از لحاظ خطی و یا غیر خطی بودن و همچنین آشوبی یا تصادفی بودن مشخص گردیده است.

نتایج آزمون ها نشان می دهد که سری زمانی تورم ساختاری غیرخطی دارد و همچنین سری زمانی  $CPI$  دارای رفتاری آشوبناک است. سپس بر پایه معادله دیفرانسیل تصادفی، حرکت برآونی هندسی مدلی پویا برای برازش رفتار سری زمانی  $CPI$  تخمین زده شده است و از آن مدل به منظور پیش بینی تورم استفاده شده است. به منظور بررسی عملکرد مدل پیشنهادی در پیش بینی تورم، مقایسه ای بین این مدل، مدل شبکه های عصبی و مدل های اقتصاد سنجی سری زمانی خطی  $ARMA$  و غیر خطی  $GARCH$ ،  $EGARCH$  و  $TGARCH$  با افقی ۶ ماهه صورت گرفته است.

بر اساس معیارهای  $MAE$ ،  $RMSE$  و  $U-Tail$  مدل معادلات دیفرانسیل تصادفی، خطای کمتری در پیش بینی تورم نسبت به مدل های رقیب دارد.

طبقه بندی JEL: E37, E47

واژگان کلیدی: آزمون آشوب، پیش بینی تورم، معادلات دیفرانسیل تصادفی، شبکه های عصبی، مدل های سری زمانی.

۱. کارشناس ارشد اقتصاد دانشگاه ارومیه.

H.khodavaisi@mail.urmia.ac.ir

۲. مسئول مکاتبات: استادیار گروه اقتصاد دانشگاه ارومیه:

۳. دکترای اقتصاد و عضو کمیته تحقیقاتی بانک کشاورزی.

## ۱- مقدمه

برنامه‌ریزی، سیاست‌گذاری و تصمیمات اقتصادی کارگزاران سیاسی و اقتصادی هر کشوری مستلزم داشتن افقی روشن از آینده متغیرهای مهم اقتصادی همچون تورم است. پیش‌بینی تورم، یکی از ابزارهای قوی برای شکل‌گیری انتظارات صحیح از آینده است.

بانک‌های مرکزی، سیاست‌های پولی را بر اساس تغییرات آتی کوتاه مدت و بلندمدت تورم بنا می‌کنند. پیش‌بینی تورم با خطای کم، یکی از رمزهای موفقیت این سیاست‌ها به شمار می‌آید. اهمیت بالای پیش‌بینی تورم با خطای پایین باعث انجام تحقیقات گسترده‌ای در چند دهه گذشته در داخل و خارج کشور گردیده است. از طرفی، نا اطمینانی ویژگی اکثر متغیرهای اقتصادی و از جمله تورم است. این ویژگی ریشه در بی‌ثباتی‌های اقتصادی دارد. وجود نا اطمینانی و تغییرات پی‌در پی در سری‌های زمانی اقتصادی همچون تورم، پیش‌بینی را سخت و در پاره‌ای مواقع غیر ممکن می‌سازد. وجود نا اطمینانی و بی‌ثباتی‌های اقتصادی باعث بروز رفتاری غیر خطی در سری‌های زمانی می‌شود. پیش‌بینی سری‌های زمانی غیر خطی کاری مشکل و در برخی موارد امکان‌پذیر نیست.

بر این اساس، سری‌های زمانی غیر خطی به دو دسته آشوبگونه<sup>۱</sup> و تصادفی<sup>۲</sup> تقسیم می‌شوند. فرایندهای آشوبگونه، رفتاری غیر خطی و به ظاهر تصادفی دارند؛ در حالی که تصادفی نبوده و از یک فرایند معین غیر خطی تبعیت می‌کنند و اغلب مدل‌های شبکه عصبی مصنوعی<sup>۳</sup> برای کشف این فرایند مولد رفتار آشوبناک این سری‌های زمانی به کارگرفته می‌شود (مشیری، ۱۳۸۱؛ مشیری و فروتن، ۱۳۸۳).

توجه به این نکته بسیار مهم است که قبل از مدل‌سازی و پیش‌بینی یک سری زمانی بر اساس مدل‌های پویای غیرخطی همچون شبکه عصبی، می‌باید ماهیت آن سری زمانی مشخص شود.<sup>۴</sup> در ادبیات تحلیل سری‌های زمانی به منظور بررسی ماهیت سری‌های زمانی از لحاظ خطی یا غیر خطی بودن آزمون‌هایی همچون BDS<sup>۵</sup> و شبکه‌های عصبی<sup>۶</sup> و همچنین برای تعیین ماهیت آشوبی و یا تصادفی بودن سری‌های زمانی آزمون‌هایی نظیر آزمون بعد همبستگی<sup>۷</sup> و

1. Chaotic time series

2. Stochastic time series

3. Artificial Neural Network (ANN)

4. در بسیاری از مطالعات داخلی این مسأله لحاظ نگردیده است. به عنوان مثال، بافنده ایمان دوست و دیگران (۱۳۸۸)، پورکاظمی و اسدی (۱۳۸۸)، اخباری (۱۳۸۷)، بهراد مهر (۱۳۸۷)، درگاهی و انصاری (۱۳۸۷).

5. Brock, W.A., Dechert W.D., Sheinkman J.A

6. Neural Network test

7. Correlation Dimension

آزمون توان لیاپانوف<sup>۱</sup>، استفاده می‌شود (Kantz, H, and Schreiber, 2004). در صورتی که از آزمون‌های آشوب، آشوبناک بودن رفتار سری زمانی نتیجه شود، می‌توان مدل‌هایی چون شبکه‌های عصبی مصنوعی را به منظور پیش‌بینی به کار گرفت.

استفاده از شبکه‌های عصبی به منظور پیش‌بینی تورم در مطالعات انجام گرفته داخلی و خارجی به چشم می‌خورد. نتایج این مطالعات بیانگر برتری این مدل‌ها بر سایر مدل‌های موجود برای پیش‌بینی تورم است (مشیری، ۱۳۸۰؛ Nakamura, 2005, Moshiri & Kameron, 2000). با وجود کارایی بالای این مدل‌ها در پیش‌بینی سری‌های زمانی، ضعف‌هایی دارند از جمله: این مدل‌ها معادله‌ای که بیانگر رفتار پویای سری زمانی مورد مطالعه باشد، ارائه نمی‌دهند (مشیری و مروت، ۱۳۸۵). همچنین طراحی یک شبکه عصبی مستلزم تعیین تعداد لایه‌های ورودی، تعداد لایه‌های میانی و یا پنهان و تعیین تعداد نرون‌ها در لایه‌های پنهان است، در حالی که روشی مشخص و خاص جهت تعیین آنها وجود ندارد و بر پایه آزمون و خطا صورت می‌گیرد که این خود یکی از ضعف‌های عمده این مدل‌هاست (مشیری ۱۳۸۰).

لازم به یادآوری می‌باشد که استفاده از شبکه‌های عصبی در پیش‌بینی سری‌های زمانی مستلزم وجود اطمینان از آشوبی بودن سری‌های زمانی مورد بررسی است. این مسأله نیز خود یکی از محدودیت‌های این مدل‌ها است.

یکی دیگر از روش‌های مدل‌سازی و پیش‌بینی متغیرهای اقتصادی، استفاده از معادلات دیفرانسیل تصادفی<sup>۲</sup> است. معادلات دیفرانسیل تصادفی، مدلی پویا به منظور توضیح رفتار متغیرهای اقتصادی ارائه می‌دهد. در واقع از حل معادله دیفرانسیل تصادفی که متغیر اقتصادی مورد مطالعه که در آن صدق می‌کند، معادله‌ای به دست می‌آید که رفتار پویای متغیر مورد مطالعه را نشان می‌دهد. در استفاده از این مدل‌ها به منظور مدل‌سازی و پیش‌بینی، نیازی به بررسی وجود آشوب در سری‌های زمانی نیست. در این مدل‌ها بر خلاف مدل‌های سری زمانی همچون ARIMA، روند تصادفی در قالب فرایند تصادفی وینر در مدل حفظ می‌شود. این مسأله اگرچه برتری این مدل‌ها نسبت به مدل‌های سری زمانی می‌باشد ولی باعث می‌شود که نتایج شبیه‌سازی این مدل‌ها پایدار نباشد. جهت رفع این مشکل، پروسه شبیه‌سازی برای تعداد زیادی تکرار انجام پذیرفته و از بین این تعداد تکرار، تکراری به عنوان نتیجه شبیه‌سازی معرفی می‌گردد که دارای کمترین میزان خطا در برازش داخل نمونه واقعی تحت بررسی می‌باشد (Pluciennik, 2010).

آنچه در این تحقیق دنبال می‌شود انجام آزمون‌هایی برای تعیین ماهیت سری زمانی CPI و

1. Lyapounov Exponent  
2. Stochastic Differential Equations (SDE)

سپس ارائه مدلی بر پایه معادلات دیفرانسیل تصادفی برای پیش‌بینی تورم است، طوری که این مدل عملکرد خوبی در پیش‌بینی تورم از خود نشان دهد و همچنین ضعف‌ها و نواقص مدل‌های قبلی را نداشته باشد. برای این منظور در این تحقیق، مدل‌سازی و پیش‌بینی تورم بر اساس معادله دیفرانسیل تصادفی حرکت براونی هندسی<sup>۱</sup> مورد بررسی قرار می‌گیرد. جنبه جدید بودن مقاله، استفاده از معادلات دیفرانسیل تصادفی به منظور مدل‌سازی و پیش‌بینی تورم است. نتایج مقاله نشان می‌دهد که: اولاً، سری زمانی CPI دارای رفتاری غیر خطی و آشوبناک می‌باشد؛ ثانیاً، بر اساس معیارهای متعارف RMSE، MAE و U-Tail، در پیش‌بینی تورم، معادلات دیفرانسیل تصادفی عملکرد بهتری نسبت به مدل‌های غیرخطی شبکه‌های عصبی و مدل‌های سری زمانی خطی ARMA و غیر خطی GARCH(1,1)، TGARCH(1,1) و EGARCH(1,1) دارد. ساختار مقاله حاضر به این ترتیب است که در بخش دوم، ادبیات موضوع و مبانی نظری مورد استفاده در تحقیق مطرح گردیده، بخش سوم به پیشینه تحقیق و مطالعات تجربی صورت گرفته در داخل و خارج کشور اختصاص یافته است. در بخش چهارم، فرضیات تحقیق تبیین شده‌اند. داده‌های مورد استفاده در مقاله در بخش پنجم توضیح داده شده‌اند. بخش ششم به تشریح روش انجام این تحقیق اختصاص یافته است. در بخش‌های هفتم و هشتم به ترتیب، یافته‌ها و نتایج پیش‌بینی آمده‌اند. و در نهایت در بخش نهم، نتیجه‌گیری مقاله آورده شده است.

## ۲- ادبیات موضوع و مبانی نظری

### ۲-۱- معادلات دیفرانسیل تصادفی

مدل‌سازی متغیرهای اقتصادی به وسیله معادلات دیفرانسیل تصادفی با کار اوسبورن (Osborne, 1964) و ساموئلسون (Samuelson, 1965) شروع شد. بلک و شولز (Black & Scholes, 1973) اولین بار تئوری قیمت‌گذاری اختیار معامله<sup>۲</sup> در بازار سهام را مطرح کردند. آنها قیمت سهام را در قالب معادله دیفرانسیل تصادفی حرکت براونی هندسی مدل‌سازی کردند. همزمان، مرتن (Merton, 1973) در مقاله‌ای قیمت سهام را بر اساس معادله دیفرانسیل تصادفی حرکت براونی هندسی مدل‌سازی کرده است.<sup>۳</sup>

1. Geometric Brownian Motion (GBM)

2. Option Pricing Model

۳. جهت آشنایی بیشتر با مدل‌های معادلات دیفرانسیل تصادفی به تسی (Tsay, 2002) و همچنین آلن (Allen, 2007) مراجعه گردد.

مدل قیمت سهام بلک - شولز - مرتن به صورت زیر است:

در صورتی که  $S(t)$  بیانگر قیمت سهام در لحظه  $t$  باشد، آنگاه قیمت سهام در معادله دیفرانسیل تصادفی خطی حرکت برآونی هندسی زیر صدق می‌کند (Malliaris & Brock, 1991):

$$dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dw(t) \quad , \quad S(0) = S_0 \quad (1)$$

در این رابطه،  $w(t)$  فرایند حرکت برآونی استاندارد<sup>۱</sup> یا فرایند وینر<sup>۲</sup> است که بیانگر رفتار نوسانی سری زمانی  $S(t)$  می‌باشد. لازم به ذکر است که در رابطه (۱)،  $\mu$  به عنوان امید ریاضی بازدهی لحظه ای سهام و  $\sigma$  به عنوان انحراف معیار بازدهی لحظه ای سهام معرفی شده اند (Merton, 1973).

حال با استفاده از ایده مدل قیمت سهام بلک- شولز - مرتن، اگر  $p(t)$  بیانگر سطح قیمت‌ها باشد و پارامترهای  $\mu$  و  $\sigma$ ، به ترتیب، بیانگر مقدار مورد انتظار تورم و انحراف معیار تورم در لحظه  $t$  باشند، در این صورت  $p(t)$  در معادله حرکت برآونی هندسی صدق می‌کند.

$$dp(t) = \mu p(t)dt + \sigma p(t)dw(t) \quad , \quad p(0) = p_0 \quad (2)$$

حال با استفاده از روش‌های موجود در آنالیز تصادفی، می‌توان معادله دیفرانسیل تصادفی (۲) را حل کرد. در آنالیز تصادفی به منظور حل معادلات دیفرانسیل تصادفی از لم ایتو<sup>۳</sup> استفاده می‌شود (Allen, 2007). از حل یک معادله دیفرانسیل تصادفی، می‌توان به فرایند تصادفی رسید که رفتار متغیر را در طول زمان نشان می‌دهد. با استفاده از لم ایتو و با قرار دادن  $F(t, p(t)) = \ln(p(t))$ ، می‌توان نوشت:

$$dF(t, p(t)) = \left( \frac{\partial F}{\partial t} + \mu p(t) \frac{\partial F}{\partial p} + \frac{1}{2} \sigma^2 p(t)^2 \frac{\partial^2 F}{\partial p^2} \right) dt + \left( \sigma p(t) \frac{\partial F}{\partial p} \right) \quad (3)$$

$$d \ln(p(t)) = \left( \mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) dt + \sigma dw \quad (4)$$

با انتگرال گیری از طرفین روی بازه  $[0, t]$ :

$$\int_0^t d \ln(p(t)) = \int_0^t \left( \mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) dt + \int_0^t \sigma dw \quad (5)$$

$$p(t) = p(0) \exp\left( \left( \mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) t + \sigma w(t) \right) \quad (6)$$

- 
1. Standard Brownian Motion
  2. Wiener Process
  3. Ito Lemma

معادله (۶) پویایی رفتار سطح قیمت‌ها را نشان می‌دهد. در معادله (۶)، مقدار متغیر را در لحظه صفر نشان می‌دهد. آنچه در رابطه (۶) اساسی به نظر می‌رسد، تخمین پارامترهای  $\mu$  و  $\sigma$  برای مدل سازی سری زمانی تحت بررسی است. در این مقاله، از روش ناپارامتریک این دو پارامتر تخمین زده می‌شوند (Allen, 2007). اگر  $\hat{\mu}$  و  $\hat{\sigma}$  مقادیر تخمین زده شده بر اساس روش ناپارامتریک باشند، آنگاه:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{\Delta t} \left( \frac{\sum_{i=0}^{N-1} p(t_{i+1}) - p(t_i)}{\sum_{i=0}^{N-1} p(t_i)} \right) \quad (7)$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{\Delta t} \left( \frac{\sum_{i=0}^{N-1} (p(t_{i+1}) - p(t_i))^2}{\sum_{i=0}^{N-1} p(t_i)^2} \right)} \quad (8)$$

حال که پارامترهای معادله (۶) برای سری زمانی  $p(t)$  تخمین زده شده است، امکان شبیه سازی معادله (۶)، پروسه خلق داده و پیش‌بینی داخل و خارج از نمونه سری زمانی CPI وجود خواهد داشت.

## ۲-۲- آزمون‌های تعیین ماهیت سری‌های زمانی

سری‌های زمانی دو دسته‌اند: خطی و غیر خطی. از طرفی سری‌های زمانی غیر خطی نیز خود به دو دسته تقسیم می‌شوند: آشوبی و تصادفی. سری‌های زمانی آشوبی به ظاهر تصادفی به نظر می‌رسند؛ در حالی که از فرایندی معین برخوردار می‌باشند. بر اساس دسته بندی صورت گرفته، پیش‌بینی سری‌های زمانی خطی امکان پذیر، سری‌های زمانی آشوبی تا حدی امکان پذیر و سری‌های زمانی تصادفی غیر ممکن است.

آزمون‌های تعیین ماهیت سری‌های زمانی از دو جنبه حائز اهمیت هستند اولاً، برای پاسخ به این سؤال که آیا مدل‌های سری‌های زمانی مانند ARIMA و GARCH، تمامی اطلاعات موجود در روند سری زمانی را در برآزش رفتار آن سری زمانی به کار می‌گیرند یا نه؟ ثانیاً به کارگیری مدل‌های پویای غیر خطی شبکه‌های عصبی مصنوعی مستلزم آشوبی بودن سری زمانی تحت بررسی است. بنابراین، تعیین ماهیت یک سری زمانی امری ضروری به نظر می‌رسد. مهمترین آزمون‌های کشف وجود ساختار غیر خطی در سری‌های زمانی آزمون‌های BDS و شبکه عصبی

WNN و TNN می باشند. همچنین مشهورترین آزمون های کشف آشوب در ساختار یک سری زمانی که می توانند به کار گرفته شوند، عبارتند از: آزمون بعد همبستگی و توان لیاپانوف. در این بخش، ابتدا این آزمون ها معرفی می گردند:

۲-۲-۱- آزمون بعد همبستگی: آزمون بعد همبستگی توسط گراسبرگر و پروکاسیا (Grassberger and Procaccia, 1983) معرفی شد. آنها مقدار انتگرال همبستگی را برای سری زمانی  $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_N\}$  با در نظر گرفتن بعد محاط  $m$  به صورت زیر تعریف کردند: (۹)

$$C_{m,N}(\varepsilon) = \frac{2}{[N-(m-1)][N-m]} \sum_{i < j} \theta(\varepsilon - \|X_i^m - X_j^m\|)$$

که در آن،  $X_t^m = [x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-m+1}]^T$  و  $\|\cdot\|$  نرم اقلیدسی است. همچنین  $\theta$  تابع هویساید است و به صورت زیر تعریف می شود:

$$\theta_\varepsilon(X_i^m, X_j^m) = \begin{cases} 0 & \text{if } (\varepsilon - \|X_i^m - X_j^m\|) \leq 0 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

حال اگر:

$$d_{m,N}(\varepsilon) = \frac{\partial \ln(C_{m,N}(\varepsilon))}{\partial \varepsilon} \quad (11)$$

در این صورت، بعد همبستگی برای بعد محاط  $m$  به صورت زیر تعریف می شود:

$$D_m = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{N \rightarrow \infty} d_{m,N}(\varepsilon) \quad (12)$$

بر اساس بعد همبستگی تعریف شده، هنگامی می توان به آشوبی بودن سری زمانی پی برد که با افزایش بعد محاط، مقادیر بعد همبستگی به یک مقدار ثابت همگرا شود<sup>۱</sup>.

### ۲-۲-۲- آزمون بزرگترین نمای لیاپانوف

ماکسیمم نمای لیاپانوف یکی از مهمترین معیارهای تشخیص پایداری و یا عدم پایداری یک سیستم پویا است. برای آنکه یک سیستم پویا آشوبی باشد، شرط لازم آن است که ماکسیمم توان لیاپانوف مثبت باشد (مشیری و فروتن، ۱۳۸۳؛ Vandrovych, 2007).

اگر  $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_N\}$  یک سری زمانی مورد بررسی با حجم  $N$  باشد و  $X_i$  به صورت

۱. در این مقاله به منظور تخمین بعد همبستگی از بسته نرم افزاری fractal تحت نرم افزار R استفاده می شود.

$X_i = [x_i, x_{i+J}, \dots, x_{i+(m-1)J}]^T$  تعریف شود، آنگاه  $X = [X_1, X_2, \dots, X_M]^T$  یک ماتریس  $M \times m$  است، که در آن:  $M = N - (m-1)J$ . اگر کوچکترین فاصله بین نقطه  $X_j$  و نزدیکترین همسایگی این نقطه یعنی  $X_{\hat{j}}$  برابر  $d_j(0)$  باشد، در این صورت:  $d_j(0) = \min_{X_{\hat{j}}} \|X_j - X_{\hat{j}}\|$  که در آن  $\|\cdot\|$  نرم اقلیدسی است. در این صورت، بزرگترین نمای لیاپانوف به صورت زیر تعریف می‌شود (مشیری، ۱۳۸۱):

$$\lambda_{\max}(i) = \frac{1}{i\Delta t} \frac{1}{(M-i)} \sum_{j=1}^{M-i} \ln\left(\frac{d_j(i)}{d_j(0)}\right) \quad (13)$$

که در آن،  $\Delta t$  برابر فاصله زمانی نمونه مورد مطالعه و  $d_j(i)$  بیانگر کوچکترین فاصله بین  $X_j$  و نزدیکترین همسایگی این نقطه بعد از  $i$  مرحله زمانی باشد، یعنی  $i\Delta t$ . به منظور محاسبه بزرگترین نمای لیاپانوف الگوریتم‌هایی ارائه شده است. یکی از اولین الگوریتم‌هایی که برای تخمین نمای لیاپانوف برای یک سری زمانی ارائه شده، الگوریتم ولف و همکاران (Wolf et al., 1985) است. این الگوریتم مستلزم وجود داده‌های زیاد و نسبت به نویز حساس است. رونسیتسن و همکاران (Rosenstein, et al., 1985) الگوریتم دیگری را ارائه کردند که برای داده‌هایی با حجم کم مناسب بود و همچنین حساسیت کمتری نسبت به نویز داشت. کانتز و همکاران (Kantz et al., 1999) با استفاده از مجموعه برنامه کامپیوتری TESIAN، ماکسیمم نمای لیاپانوف را بر اساس الگوریتم رونسیتسن محاسبه کرده‌اند. در این مقاله از روش کانتز برای محاسبه ماکسیمم نمای لیاپانوف استفاده می‌شود<sup>۱</sup>.

### ۳-۲-۲-۳-۲-۳ BDS آزمون

براک و همکاران (Brock et al., 1987) به منظور بررسی IID بودن برای یک سری زمانی، آزمونی را بر اساس انتگرال‌های همبستگی تعریف شده معرفی کردند که فرض صفر آن، IID بودن سری زمانی تحت بررسی است. آماره این آزمون به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$W_{m,N}(\varepsilon) = \frac{\sqrt{N} [C_{m,N}(\varepsilon) - C_{1,N}(\varepsilon)^m]}{\sigma_{m,N}(\varepsilon)} \quad (14)$$

در رابطه  $\sigma_{m,N}(\varepsilon)$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

۱. در این مقاله، به منظور تخمین نمای لیاپانوف، از بسته نرم‌افزاری tseriesChaos تحت نرم افزار R استفاده می‌شود.

## 2. Independent Identically Distributed (IID)



$$\sigma_{m,N}^2(\varepsilon) = 4 \left( k^m + 2 \sum_{j=1}^{m-1} k^{m-j} C_{1,N}^{2j} + (m-1)^2 C_{1,N}^{2m} - m^2 k C_{1,N}^{2m-2} \right) \quad (15)$$

$$k_N(\varepsilon) = \frac{1}{N(N-1)(N-2)} \sum_{t=1}^N \sum_{s=t+1}^N \sum_{r=s+1}^N \quad (16)$$

$$\theta_\varepsilon(x_t, x_s) \theta_\varepsilon(x_s, x_r) + \theta_\varepsilon(x_t, x_r) \theta_\varepsilon(x_r, x_s) + \theta_\varepsilon(x_s, x_t) \theta_\varepsilon(x_t, x_r)$$

آماره BDS ارائه شده در رابطه (۱۴)، دارای توزیع نرمال مجانبی است. در واقع،  
 $\sqrt{N-m+1} W_{m,N}(\varepsilon) \rightarrow N(0,1)$  (Brock et al., 1993). آنها همچنین نشان دادند در صورتی  
 که حجم نمونه تحت بررسی بالا باشد (بیشتر از ۵۰۰)، آزمون BDS از سایر آزمون‌ها کارا تر است  
 (مشیری، ۱۳۸۱). در آزمون BDS، وجود ساختار غیر خطی در داده‌ها زمانی به اثبات می‌رسد  
 که فرض صفر آزمون مبنی بر IID بودن پسماندهای مدل سری زمانی تخمین زده شده، رد شود.<sup>۱</sup>

#### ۴-۲-۲- آزمون‌های شبکه عصبی

وایت و همکاران (White, et al., 1993)، به منظور آزمون یک سری زمانی از لحاظ خطی و یا غیر  
 خطی بودن نتایج خروجی یک مدل شبکه عصبی پیشخور سه لایه با وجود یک لایه میانی را روی  
 پسماندهای به دست آمده از یک مدل خطی سری زمانی ARMA برازش کردند.<sup>۲</sup> اگر داده‌ها  
 دارای ساختاری غیر خطی باشند، بین متغیر خروجی شبکه عصبی با پسماندهای مدل سری زمانی  
 خطی، باید رابطه وجود داشته باشد. بر همین اساس، فرض می‌شود  $X_t = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_N\}$   
 سری زمانی تحت بررسی باشد. همچنین با در نظر گرفتن تابع فعال سازی سیگموند  
 $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$  در لایه پنهان، در صورتی که خروجی شبکه  $\psi_t = \{\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_q\}$  باشد، با  
 در نظر گرفتن  $\hat{\varepsilon}_t$  به عنوان پسماندهای یک مدل خطی ARMA برای سری زمانی  
 $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_N\}$ ، فروض  $H_0$  و  $H_1$  آزمون وایت به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$H_0 : E(\psi_t \hat{\varepsilon}_t) = 0 \quad , \quad H_1 : E(\psi_t \hat{\varepsilon}_t) \neq 0 \quad (17)$$

وایت و همکاران ثابت کردند که آماره  $M_N = (N^{-1/2} \sum_{t=1}^N \psi_t \hat{\varepsilon}_t)' \hat{W}_N^{-1} (N^{-1/2} \sum_{t=1}^N \psi_t \hat{\varepsilon}_t)$  که

در آن،  $\hat{W}_N$  تخمین سازگاری از  $W = \text{var}(N^{-1/2} \sum_{t=1}^N \psi_t \varepsilon_t)$  است، زمانی که  $N \rightarrow \infty$

۱. در این مقاله، به منظور انجام آزمون BDS، از بسته نرم افزاری fnonlinear تحت نرم افزار R استفاده می‌شود.

2. WNN test

$\chi^2(q) \rightarrow M_N$ ، که در آن  $q$  عددی طبیعی و به اندازه کافی بزرگ و برابر طول سری زمانی خروجی شبکه عصبی است.

دو مشکل اساسی در آماره ارائه شده وجود دارد: (۱) امکان وجود همخطی بین  $X_t$  و  $\psi_t$  وجود دارد؛ (۲) محاسبه  $\hat{W}_N$  خسته کننده است. بر همین اساس، آماره دیگری را جایگزین  $M_N$  کردند که به این صورت ارائه می‌شود:  $\chi^2(q^*) \rightarrow NR^2$  که در آن،  $R^2$  ضریب تعیین رگرسیون تخمین زده شده است و  $q^* < q$ . در مطالعه ای دیگر وایت و همکاران (Ibid) آماره  $F$  را جایگزین  $\chi^2$  ارائه شده در قبل کردند. همچنین تراسویرتا و همکاران (Teraesvirta et al., 1993) آزمون شبکه های عصبی را با استفاده از تقریب تیلر برای تابع تبدیل (فعال سازی) شبکه انجام دادند. در این مقاله، برای اطمینان بیشتر و اظهار نظر قاطعانه تر، هر دو آزمون برای بررسی ساختار سری زمانی CPI از لحاظ خطی و یا غیر خطی بودن انجام می‌گیرد.<sup>۲</sup>

### ۳- مروری بر پیشینه تحقیق

در داخل کشور مطالعات محدودی در زمینه پیش‌بینی تورم انجام گرفته است. برای مثال، مشیری (۱۳۸۰) تورم را بر اساس مدل‌های سری زمانی، منحنی فیلیپس و شبکه های عصبی پیش‌بینی کرده و سپس به مقایسه کارایی سه مدل بر اساس معیار های استاندارد پیش‌بینی RMSE و MAE پرداخته است. نتایج تحقیق وی نشان می‌دهد که شبکه های عصبی عملکرد بهتری نسبت به مدل‌های رقیب در پیش‌بینی تورم دارد.

حیدری و پروین (۱۳۸۷) در مقاله ای با استفاده از مدل‌های مختلف زمان-متغیر BVAR، به پیش‌بینی تورم ایران برای داده های فصلی دوره زمانی 1981Q2 تا 2006 Q1 پرداخته و یک مدل تعدیل یافته BVAR را با مدل های قبلی مقایسه کرده اند. نتایج مقاله، حاکی از برتری مدل تعدیل یافته بر مدل‌های قبلی در پیش‌بینی تورم بوده است. اخباری (۱۳۸۷) به منظور پیش‌بینی تورم از الگوریتم ژنتیک برای ترکیب نتایج پیش‌بینی تورم بر اساس مدل های مختلفی از جمله VAR و SVAR استفاده کرده است. نتایج مقاله وی نشان داد که مدل پیشنهادی، دقت بیشتری در پیش‌بینی تورم برای چهار فصل سال ۱۳۸۶ دارد.

نگاهی به مطالعات داخلی نشان می‌دهد که به منظور پیش‌بینی تورم، مطالعه ای تا به حال بر

#### 1. TNN test

۲. در این مقاله، به منظور انجام آزمون های WNN و TNN، از بسته نرم افزاری fnonlinear تحت نرم افزار R استفاده می‌شود.

اساس معادلات دیفرانسیل تصادفی صورت نگرفته و در مطالعات داخلی، فقط یک نمونه از معادلات دیفرانسیل تصادفی برای پیش بینی قیمت سهام استفاده شده است (خالوزاده و حاکی صدیق، ۱۳۸۳). که نویسندگان مقاله مزبور، قیمت سهام را در قالب یک معادله دیفرانسیل تصادفی حرکت برآونی هندسی مدل سازی کرده و برای بررسی کارآیی مدل پیشنهادی، مقایسه ای با مدل اقتصاد سنجی سری زمانی ARIMA انجام داده اند که نتایج حاکی از برتری مدل معادلات دیفرانسیل تصادفی بر مدل ARIMA بوده است.

از جمله مطالعات انجام گرفته در خارج از کشور به منظور پیش بینی تورم، می توان به چند مورد زیر اشاره کرد:

مشیری و کامرون (Moshiri & Kameron, 2000) تورم کانادا را بر اساس مدل‌های مختلف سری زمانی ARIMA، VAR و BVAR و همچنین بر اساس مدل‌های ساختاری و مدل‌های شبکه عصبی مصنوعی بر پایه الگوریتم پیش خور چند لایه پیش بینی کرده اند. نتایج حاکی از آن است که مدل‌های شبکه عصبی به خوبی مدل‌های رقیب تورم را پیش بینی می کنند و حتی در پاره ای مواقع، کارا تر نیز هستند. باسل و همکاران (Basel et al., 2004) شاخص قیمت مصرف کننده را با استفاده از فرایند حرکت برآونی هندسی مدل سازی کرده و با استفاده از مدل مذکور به پیش بینی تورم پرداخت و پس از مقایسه مدل معادلات دیفرانسیل تصادفی با مدل‌های گام تصادفی و GARCH-M به این نتیجه رسیده اند که معادلات دیفرانسیل تصادفی در پیش بینی تورم، عملکرد بهتری از خود نشان می دهد.

ناکامورا (Nakamura, 2005) برای داده های امریکا با استفاده از شبکه های عصبی، به پیش بینی تورم پرداخته است. نتایج مطالعه وی حاکی از برتری مدل پیشنهادی بر مدل‌های خودرگرسیون با وقفه های مختلف در نظر گرفته شده است.

کاپ و کوروبیلیس (Koop & Korobilis, 2009) با استفاده از مدل‌های حالت-فضا، منحنی فیلیپس تعمیم یافته ای را که دارای ضرایب متغیری در طول زمان است، به منظور پیش بینی تورم به کار گرفته اند. نتایج مقاله آنها حاکی از برتری منحنی فیلیپس تعمیم یافته بر منحنی فیلیپس ساده در پیش بینی تورم بوده است.

پلاسنیک (Peluciennik, 2010)، مدل های مختلف معادلات دیفرانسیل تصادفی را برای پیش بینی سری های زمانی مالی چند بازار مختلف اروپایی به کار گرفته است. وی فرایند شبیه سازی مدل معادلات دیفرانسیل تصادفی را برای ۱۰ هزار تکرار انجام داده و تکرار بهینه را بر اساس خطای کمتر در برازش داخل نمونه ای انتخاب کرده سپس مقایسه ای بین مدل های معادلات دیفرانسیل تصادفی و مدل های سری زمانی ARIMA و GARCH انجام داده و نتایج تحقیق وی

نشان می‌دهد که خطای پیش‌بینی مدل معادلات دیفرانسیل تصادفی از مدل‌های سری زمانی کمتر است.

در زمینه آزمون‌های آشوب و کشف ساختار غیر خطی برای سری‌های زمانی اقتصادی در داخل کشور، مطالعات محدودی صورت پذیرفته است. مشیری و فروتن (۱۳۸۳) وجود آشوب را در سری زمانی قیمت نفت خام بررسی کرده‌اند. نتایج مطالعه آنها حاکی از وجود آشوب و پیش‌بینی پذیری سری زمانی قیمت نفت است.

سلامی (۱۳۸۱) وجود آشوب را در بازدهی قیمت سهام بازار بورس اوراق بهادار تهران بررسی کرده است.

مشیری و مروت (۱۳۸۴) نیز در مطالعه ای دیگر، وجود آشوب در بازدهی قیمت سهام بازار بورس اوراق بهادار تهران را بررسی کرده‌اند. نتایج بررسی آنها نشان داد که بازدهی سهام بورس تهران از یک فرایند آشوبی تبعیت می‌کند.

خالوزاده و خاکی صدیق (۱۳۸۲) به بررسی پیش‌بینی پذیری سری‌های زمانی شاخص کل قیمت سهام و همچنین شاخص قیمت سهام چند شرکت منتخب عضو بازار بورس اوراق بهادار تهران پرداخته‌اند. نتایج پژوهش آنها نشان داد که شاخص کل سهام بورس تهران دارای قابلیت پیش‌بینی پذیری بالاتری نسبت به شاخص قیمت سهام شرکت‌های منتخب است.

از مطالعات خارجی صورت گرفته در این زمینه می‌توان به چند مورد زیر اشاره کرد. واندرویچ (Vandrovych, 2007) به بررسی وجود آشوب در سری زمانی نرخ ارز پرداخته است. وی بر اساس آزمون‌های بعد همبستگی و توان لیپانوف، به وجود آشوب در سری‌های زمانی نرخ ارز و همچنین بازدهی نرخ ارز پی برده است.

کورسما (Cuaresma, 1998) برای بررسی ماهیت سری زمانی نرخ ارز برای دوره زمانی ۱۹۷۱ تا ۱۹۹۸ از آزمون‌های آشوب، وجود فرایندی معین را در این سری زمانی به اثبات رسانده است. کورسما و لیتهولد (Cuaresma, & Leuthold, 1998) برای سری‌های زمانی قیمت محصولات کشاورزی، آزمون‌هایی را جهت تعیین ساختار حاکم بر این سری‌های زمانی انجام داده‌اند. نتایج حاکی از وجود فرایند آشوبناک در اکثر این سری‌های زمانی بوده است. این در حالی است که مطالعات زیادی نیز وجود آشوب را در سری‌های زمانی اقتصادی رد کرده‌اند (مشیری ۱۳۸۱).

#### ۴- فرضیات تحقیق

۱- بر اساس آزمون‌های BDS و شبکه عصبی، ساختار غیر خطی در سری زمانی تورم مشاهده می‌شود.

- ۲- سری زمانی تورم بر اساس آزمون های آشوب، ماهیتی آشوبناک دارد.  
 ۳- مدل معادلات دیفرانسیل تصادفی در پیش بینی تورم بر مدل های رقیب برتری دارد.

#### ۵- تبیین داده ها

داده های مورد استفاده در این مطالعه، داده های CPI ماهانه ایران برای دوره زمانی زمانی m1 ۱۳۶۹ تا ۱۳۸۸m12 بر مبنای سال پایه ۱۳۸۳ و برگرفته از بانک مرکزی می باشد. برای استخراج داده های تورم، از داده های ماهانه CPI از رابطه زیر استفاده می شود:

$$p_t = 1200 \log\left(\frac{CPI_t}{CPI_{t-1}}\right) \quad (18)$$

#### ۶- روش انجام تحقیق

قبل از انجام هرگونه آزمون و تخمینی نمونه مورد نظر به دو بخش آموزش و آزمایش تقسیم می شود. بخش آموزش نمونه برای داده های CPI در بازه زمانی m1 ۱۳۶۹ تا m6 ۱۳۸۸ جهت برآزش مدل ها و بخش آزمایش شامل داده های CPI در بازه زمانی m7 ۱۳۸۸ تا m12 ۱۳۸۸ جهت بررسی کارایی مدل ها در پیش بینی خارج از نمونه.

حال مراحل پایین برای بخش آموزش نمونه انجام می گیرد. ابتدا برای سری زمانی CPI آزمون های آشوب جهت تعیین ماهیت سری زمانی انجام می گیرد. برای انجام آزمون های BDS و شبکه عصبی WNN و TNN ابتدا یک مدل سری زمانی خود رگرسیونی تخمین زده می شود تا بخش خطی سری زمانی کنار گذاشته شود. بر طبق آزمون های ریشه واحد ADF و PP سری زمانی CPI انباشته از درجه یک ( I(1) ) است. بنابراین سری زمانی تورم که مانا است، در نظر گرفته می شود. حال از طریق توابع خود همبستگی و خود همبستگی جزئی و همچنین معیار آکائیک مدل بهینه AR(12) انتخاب می شود.

آزمون همبستگی سریالی LM-test حاکی از عدم وجود خودهمبستگی است، بنابراین نیازی به افزودن وقفه های MA به مدل نیست. آزمون نا همسانی واریانس ARCH-test نشان می دهد که ناهمسانی واریانس وجود دارد و ساختار سری زمانی تورم ممکن است از نوع مدل های غیر خطی ناهمسان واریانس باشد. بنابراین باید به سراغ مدل های خود رگرسیونی شرطی ناهمسان واریانس رفت.<sup>۱</sup> بر اساس معیار آکائیک بهترین مدل GARCH(1,1) انتخاب می شود.

۱. نتایج آزمون های ریشه واحد، همبستگی سریالی و ناهمسانی واریانس، در پیوست ۱ ارائه گردیده است.

به منظور بررسی اثرات شوک‌های منفی و مثبت بر روی نا اطمینانی تورم، مدل‌های  $EGARCH(1,1)$  و  $TGARCH(1,1)$  نیز تخمین زده می‌شوند. هر دو مدل مؤید این نکته هستند که اثرات شوک‌های مثبت و منفی، نامتقارن بوده و شوک‌های مثبت اثر بزرگتری روی نا اطمینانی تورم داشته‌اند<sup>۱</sup>.

حال آزمون‌های BDS روی پسماندهای مدل‌های تخمین زده شده مذکور انجام می‌گیرد. همچنین آزمون‌های شبکه عصبی WNN و TNN روی پسماندهای مدل ARMA انجام می‌شود. جهت بررسی آشوب، روی سری زمانی CPI آزمون‌های بعد همبستگی و توان لیاپانوف انجام می‌گردد. برای انجام این آزمون‌ها، از نرم افزار R استفاده شده است. پس از احراز شرایط مبنی بر آشوبی بودن سری زمانی CPI، مدل ANN تخمین زده می‌شوند. برای این منظور از الگوریتم پیش‌خور چند لایه استفاده می‌شود.

بر پایه آزمون و خطا، بهترین ساختار شبکه عصبی مصنوعی برای داده‌های مورد بررسی در این مقاله، یک شبکه عصبی چهار لایه با دو لایه میانی (پنهان) با تعداد ۱۲ گره ورودی (برابر بزرگترین وقفه AR برای سری زمانی تورم) و همچنین ۱۲ نرون در مجموع دو لایه پنهان می‌باشد. تابع فعال سازی برای لایه میانی اول تانژانت سیگموند و برای لایه میانی دوم تابع خطی و الگوریتم آموزش شبکه الگوریتم لونیبرگ - مارکوات<sup>۲</sup> انتخاب و همچنین نرخ یادگیری 0/01 در نظر گرفته شده است. برای مدل سازی و پیش‌بینی بر مبنای مدل ANN از نرم افزار MATLAB و جعبه ابزار Neural-Network استفاده می‌شود.

برای تخمین مدل SDE، باید پارامترهای معادله (۶) برای سری زمانی تحت بررسی تخمین زده شوند. از روش ناپارامتریک بر اساس روابط جهت تخمین این پارامترها استفاده و پس از مدل سازی CPI بر پایه مدل SDE، به پیش‌بینی خارج از نمونه تورم پرداخته می‌شود. لازم به توضیح است که شبیه سازی و تخمین مدل SDE با استفاده از تکنیک برنامه نویسی در محیط نرم افزار MATLAB صورت گرفته است<sup>۳</sup>. در نهایت بر اساس هر ۶ مدل برآورد شده، پیش‌بینی تورم برای افق ۶ ماه و برای نمونه مورد آزمایش انجام معیارهای RMSE، MAE و U-Tail برآورد و نتایج پیش‌بینی برای هر ۶ مدل تخمین زده شده مقایسه می‌شوند.

۱. نتایج تخمین مدل‌های  $ARMA$ ،  $GARCH(1,1)$ ،  $TGARCH(1,1)$  و  $EGARCH(1,1)$  در پیوست ۲ آمده است. جهت آشنایی بیشتر با این مدل‌ها به تسی (Tsay, 2002) مراجعه شود.

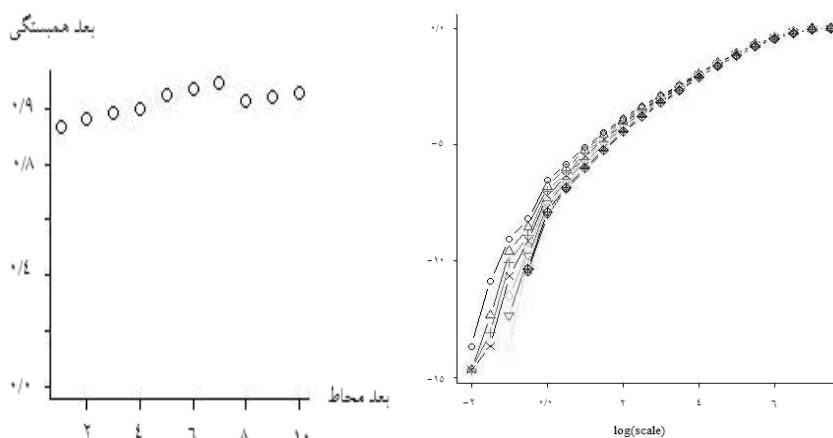
## 2. Levenberg-Marquardt (LM)

۳. برنامه نوشته شده از بین ۵ هزار تکرار فرایند شبیه سازی، تکرار بهینه را بر اساس معیار MSE انتخاب نموده است. در صورت تمایل، خوانندگان محترم می‌توانند فایل برنامه‌های فوق را از نویسندگان مقاله درخواست نمایند.

۷- یافته های تحقیق و تفسیر نتایج

نمودار ۱  $\log(C_m(\mathcal{E}))$  را در مقابل  $\log(\mathcal{E})$  نشان می دهد. شیب این نمودار بر اساس معادله (۱۱) بعد همبستگی را نشان می دهد. در نمودار ۱ دیده می شود که با افزایش  $\mathcal{E}$ ، شیب منحنی های بعد همبستگی به سطح اشباع صفر می رسند. نمودار ۲ مقدار بعد همبستگی را در مقابل بعد محاط نشان می دهد. نمودار ۲ حاکی از آن است که با افزایش بعد محاط، مقادیر بعد همبستگی به سمت مقداری ثابت همگرا می شوند و این دلیلی بر وجود رفتار آشوبی در داده ها است. بر اساس یافته های آزمون بعد همبستگی، می توان نتیجه گرفت سری زمانی CPI آشوبی است و بنابراین، از یک فرایند معین پیروی می کند و تصادفی نمی باشد. در جدول ۱ نیز مقادیر بعد همبستگی تخمین زده شده برای بعدهای محاط در نظر گرفته شده ۲ تا ۱۰ آمده است.

نمودار ۱. منحنی های همبستگی برای داده های سری زمانی CPI  
نمودار ۲. نمودار بعد همبستگی در مقابل بعد محاط برای سری زمانی CPI



منبع: خروجی نرم افزار R

جدول ۱. نتایج آزمون بعد همبستگی برای سری زمانی CPI

بعد محاط	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
بعد همبستگی	۰.۹۵۷	۰.۹۸۱	۱.۰۰۱	۱.۰۴۲	۱.۰۶۳	۱.۰۸۵	۱.۰۲۵	۱.۰۳۸	۱.۰۵۱

منبع: محاسبات پژوهشگران

در جدول ۲، نتایج تخمین بزرگترین نمای لیاپانوف برای داده‌های CPI گزارش شده است. از آنجا که طبق نتایج گزارش شده در جدول ۲، بزرگترین نمای لیاپانوف برای بعدهای محاط در نظر گرفته شده مثبت است، وجود رفتار آشوبی در سری زمانی CPI تأیید می‌گردد.

جدول ۲. تخمین بزرگترین نمای لیاپانوف برای داده‌های سری زمانی CPI

بعد محاط	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
$\lambda_{\max}$	۰.۰۳۵۴	۰.۰۲۸۶	۰.۰۲۵۶	۰.۰۲۸۶	۰.۳۲۳	۰.۰۳۲۱	۰.۰۳۱۲

منبع: محاسبات پژوهشگران

نتایج آزمون BDS بر روی پسماندهای مدل ARMA برای داده‌های سری زمانی تورم در جدول ۳ آمده است. نتایج گویای این است که برای بعدهای مختلف در نظر گرفته شده آماره BDS در سطح ۵ درصد معنی دار و این، به معنی وجود ساختاری غیر خطی در سری زمانی تورم است. از طرفی، در جدول‌های ۴، ۵ و ۶ نتایج آزمون BDS برای پسماندهای مدل‌های GARCH(1,1)، EGARCH(1,1) و TGARCH(1,1) آمده است. نتایج نشان می‌دهد که در پسماندهای این مدل‌ها نیز ساختار غیر خطی وجود دارد که نشان می‌دهد رفتار سری زمانی تورم از مدل‌های غیر خطی سری زمانی مذکور پیروی نمی‌کند.

جدول ۳. نتایج آزمون BDS بر روی پسماندهای مدل بهینه ARIMA برای سری زمانی تورم

بعد محاط	۲	۳	۴	۵	۶
$\varepsilon$					
$\varepsilon = 0.5sd$	۵.۵۶۱۶	۶.۰۲۳۸	۶.۸۴۷۷	۷.۲۳۳۶	۱۰.۲۰۵۳
$\varepsilon = sd$	۶.۰۶۴۳	۶.۲۷۸۷	۶.۴۶۶	۶.۹۷۶	۷.۴۷۴۸
$\varepsilon = 1.5sd$	۶.۱۶۳۴	۶.۲۹۲۴	۶.۴۶۲	۶.۶۱۶۸	۷.۰۵۴۲
$\varepsilon = 2sd$	۶.۳۲۳	۶.۲۴۸۶	۶.۱۴۳۵	۶.۱۳۱۶	۶.۲۵۰۶

منبع: محاسبات پژوهشگران



جدول ۴. نتایج آزمون BDS بر روی پسماندهای مدل بهینه GARCH(1,1)

برای سری زمانی تورم

بعد محاط $\varepsilon$	۲	۳	۴	۵	۶
$\varepsilon = 0.5sd$	۴.۳۴۴۸	۵.۰۷۴۵	۵.۶۲۳	۶.۱۶۷۷	۷.۲۳۰۲
$\varepsilon = sd$	۶.۲۷۴۷	۶.۷۵۶۴	۷.۴۲۳۸	۸.۱۸۱۹	۸.۷۶۸۴
$\varepsilon = 1.5sd$	۷.۳۶۲۹	۷.۶۲۹۶	۸.۳۰۴۴	۸.۷۵۲۳	۸.۹۴۴۳
$\varepsilon = 2sd$	۷.۰۵۸۸	۷.۵۳۸۴	۷.۹۴۷۹	۸.۱۰۱۳	۸.۰۵۳۶

منبع: محاسبات پژوهشگران

جدول ۵. نتایج آزمون BDS بر روی پسماندهای مدل بهینه EGARCH(1,1)

برای سری زمانی تورم

بعد محاط $\varepsilon$	۲	۳	۴	۵	۶
$\varepsilon = 0.5sd$	۴.۸۶۲۶	۵.۶۷۵	۵.۴۷۱	۵.۹۷۷۱	۸.۰۰۹۷
$\varepsilon = sd$	۵.۸۶۸۹	۶.۳۸۰۳	۶.۷۸۹۱	۷.۲۳۰۴	۷.۷۲۳۸
$\varepsilon = 1.5sd$	۷.۴۹۰۲	۷.۹۲۱۲	۸.۳۳۸۱	۸.۵۷۹۳	۸.۷۲۴۷
$\varepsilon = 2sd$	۷.۳۸۰۱	۷.۹۸۱۱	۸.۳۴۴۴	۸.۴۲۸۶	۸.۳۳۹۲

منبع: محاسبات پژوهشگران

جدول ۶. نتایج آزمون BDS بر روی پسماندهای مدل بهینه TGARCH(1,1)

برای سری زمانی تورم

بعد محاط $\varepsilon$	۲	۳	۴	۵	۶
$\varepsilon = 0.5sd$	۴.۶۷۶۶	۵.۲۲۲۷	۶.۱۱۵۸	۶.۶۷۷۹	۷.۳۶۵۷
$\varepsilon = sd$	۶.۱۴۸۸	۶.۷۸۹۱	۷.۳۷۷۸	۸.۰۲۷۱	۸.۶۱۸۳
$\varepsilon = 1.5sd$	۷.۴۵۰۸	۷.۷۶۷	۸.۳۳۹۵	۸.۷۱۷۴	۹.۹۰۴۶
$\varepsilon = 2sd$	۶.۹۹۸۳	۷.۵۵۸۲	۸.۰۱۵۸	۸.۱۷۲۹	۸.۱۲۹۹

منبع: محاسبات پژوهشگران

جدول ۷. آزمون های شبکه عصبی بر روی پسماندهای مدل ARIMA

آزمون	آماره F	آماره Chi-Squared	درجه آزادی	تعداد وقفه
WNN-test	۲.۴۶۴۹ (۰.۰۸۷۳۸)	۴.۹۴۲۱ (۰.۰۸۴۵)	۲۱۸	۱
TNN-test	۲.۵۳۵۴ (۰.۰۸۱۵۶)	۵.۰۸۱۸ (۰.۰۷۸۸)	۲۱۸	۱

منبع: محاسبات پژوهشگران

نتایج آزمون های شبکه عصبی در جدول شماره ۶ بیانگر آن است که فرض صفر این آزمون ها مبنی بر خطی بودن ساختار سری زمانی تورم در سطح ۱۰ درصد رد می شود. بنابراین وجود ساختار غیر خطی در داده های سری زمانی تورم توسط آزمون های شبکه عصبی تأیید می گردد. بدین ترتیب بر اساس آزمون های BDS و آزمون های شبکه عصبی، فرضیه اول تحقیق مبنی بر وجود ساختار غیر خطی در سری زمانی تورم پذیرفته می شود. همچنین بر پایه آزمون های بعد همبستگی و نمای لیاپانوف سری زمانی CPI ماهیتی آشوبناک دارد و بنابراین، فرضیه دوم تحقیق نیز پذیرفته می شود.

به منظور مدل سازی سری زمانی CPI بر اساس مدل SDE ابتدا پارامترهای معادله (۶) تخمین زده می شود. با استفاده از روابط (۷) و (۸) پارامترهای  $\mu$  و  $\sigma$  برای سری زمانی CPI بر اساس روش ناپارامتریک برابر  $\hat{\mu} = 3.0036$  و  $\hat{\sigma} = 0.2411$  تخمین زده می شوند. بر این اساس معادله (۶) برای سری زمانی CPI مورد مطالعه در این مقاله به صورت زیر برآزش می شود:

$$p(t) = 6.7 \exp(2.9776t + 0.2411w(t)) \quad (19)$$

حال به شبیه سازی و پیش بینی تورم بر اساس معادله (۱۹) پرداخته می شود. وجود فرایند وینر که روند تصادفی را در الگو حفظ می کند، باعث می شود که نتیجه شبیه سازی معادله (۱۹) یکتا نباشد. بر این اساس، از بین ۵ هزار تکرار شبیه سازی معادله (۱۹)، آن تکراری که دارای کمترین مجموع مربعات خطاها (MSE) در برآزش داخل نمونه سری زمانی CPI بوده به عنوان تکرار بهینه و نتیجه شبیه سازی معادله (۱۹) در نظر گرفته شده و لازم به ذکر است که این فرایند در محیط نرم افزار MATLAB شبیه سازی شده و نتایج مقایسه خطای پیش بینی تورم بر اساس هر ۶ مدل، در بخش بعدی آمده است.

### ۸- نتایج پیش بینی

در جدول شماره ۸، خطای مدل‌های مختلف ۶ گانه در پیش بینی تورم بر اساس معیارهای پیش بینی متعارف RMSE، MAE و U-Tail تخمین زده شده و پیش بینی برای خارج از نمونه و برای افق زمانی ۶ ماهه صورت گرفته و نتایج گویای این واقعیت است که مدل SDE خطای کمتری نسبت به دیگر مدل‌های رقیب در پیش بینی تورم داشته، همچنین می‌توان دید که شبکه‌های عصبی عملکرد بهتری از مدل‌های سری زمانی در پیش بینی تورم از خود نشان داده است.

جدول ۸. مقایسه خطای پیش بینی تورم بر اساس مدل‌های مختلف

مدل	معیار	RMSE	MAE	U-Tail
SDE		۲.۲۹۵۱	۱.۸۵۰۲	۰.۰۰۵۶
ANN		۴.۴۳۸۸	۳.۸۶۲۵	۰.۰۱۰۸
ARIMA		۸.۵۴۰۴	۷.۲۱۷۷	۰.۳۵۴۹
GARCH		۸.۲۴۸۷	۶.۶۳۶۵	۰.۳۶۰۵
TGARCH		۸.۲۶۰۸	۶.۷۵۷۵	۰.۳۳۵۶۲
EGARCH		۸.۱۵۹۷	۷.۰۷۳۱	۰.۳۴۴۶

منبع: محاسبات پژوهشگران

### ۹- نتیجه گیری

پیش بینی، یکی از مهمترین ابزارهای مدیریت و سیاست‌گذاری‌های اقتصادی است. ارائه مدلی کارا که بتواند کارایی بهتری نسبت به مدل‌های پیشین داشته باشد، امری مفید و مورد توجه هر پژوهشگری در این زمینه است. در این مقاله، ابتدا به منظور تشخیص ماهیت سری زمانی CPI آزمون‌های غیرخطی و آشوب انجام گرفته است. نتایج آزمون‌ها نشان داد که این سری زمانی، غیرخطی و آشوبناک است و بنابراین، مدل شبکه عصبی جهت برازش رفتار این سری زمانی و پیش بینی خارج از نمونه می‌تواند به کار گرفته شود. سپس در راستای هدف اصلی مقاله، مدلی بر پایه معادله دیفرانسیل تصادفی حرکت براونی هندسی به منظور مدل سازی و پیش بینی تورم ارائه گردید. برای بررسی عملکرد مدل پیشنهادی مقایسه‌ای با مدل‌های خطی سری زمانی AR و مدل‌های غیر خطی شبکه عصبی و سری زمانی غیرخطی GARCH(1,1)، TGARCH(1,1) و EGARCH(1,1) صورت گرفت. نتایج نشان داد که معادلات دیفرانسیل تصادفی، عملکرد بهتری در پیش بینی تورم نسبت به مدل‌های رقیب دارد.

برای مطالعات آتی، پیشنهاد می‌شود که مدل‌های معادلات دیفرانسیل تصادفی OU<sup>۱</sup> و یا CIR<sup>۲</sup> جهت مدل سازی و پیش بینی تورم به کار گرفته شود. همچنین مقایسه معادلات دیفرانسیل تصادفی با مدل‌های حالت فضا<sup>۳</sup> در پیش بینی تورم می‌تواند موضوع پژوهش‌های آینده باشد.

1. Ornstein-Unlenbeck model
2. Cox-Ingersoll-Ross model
3. state space models

## منابع و مأخذ

- انصاری، محمد (۱۳۸۷) کاربرد الگوریتم ژنتیک در ترکیب پیش‌بینی‌های تورم؛ مجله تحقیقات اقتصادی، شماره ۸۵.
- بافنده ایمان دوست، صادق، فهیمی فرد، سید محمد و شیرزادی، سمیه (۱۳۸۸) پیش‌بینی نرخ ارز با مدل‌های عصبی - فازی ANFIS، خودرگرسیون NNARX و خود رگرسیونی ARIMA در اقتصاد ایران (۱۳۸۱-۱۳۸۷)؛ مجله دانش و توسعه، شماره ۲۸: ۱۹۲-۱۷۷.
- بهراد مهر، نفیسه (۱۳۸۷) پیش‌بینی قیمت نفت خام با استفاده از هموارسازی موجک و شبکه عصبی مصنوعی؛ فصلنامه مطالعات اقتصاد انرژی، سال پنجم، شماره ۱۸: ۹۸-۸۱.
- پورکاظمی، محمد حسین و اسدی، محمد باقر (۱۳۸۸) پیش‌بینی پویای نفت خام با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی و با به کارگیری ذخیره سازی‌های کشورهای OECD؛ مجله تحقیقات اقتصادی، شماره ۸۸: ۴۶-۲۵.
- حیدری، حسن و پروین، سهیلا (۱۳۸۷) مدل سازی و پیش‌بینی تورم در ایران با استفاده از مدل‌های زمان - متغیر BVAR؛ فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران، شماره ۳۶: ۵۹-۸۴.
- خالوزاده، حمید و خاکی صدیق، علی، (۱۳۸۸) مدل سازی و پیش‌بینی قیمت سهام بر اساس معادلات دیفرانسیل تصادفی؛ مجله تحقیقات اقتصادی دانشگاه تهران، شماره ۶۹، تابستان ۸۴: ۲۶-۱.
- خالوزاده، حمید و خاکی صدیق، علی، (۱۳۸۲) ارزیابی روش‌های پیش‌بینی پذیری قیمت سهام و تعیین میزان قابلیت پیش‌بینی در بازار بورس تهران؛ مجله مدرس، دوره ۷، شماره ۳: ۸۷-۶۱.
- درگاهی، حسن و انصاری، رضا، (۱۳۸۶) بهبود مدل سازی شبکه‌های عصبی در پیش‌بینی نرخ ارز با به کارگیری شاخص‌های تلاطم؛ مجله تحقیقات اقتصادی دانشگاه تهران، شماره ۸۵: ۱۴۴-۱۱۷.
- سلامی، امیر بهداد (۱۳۸۱) آزمون روند آشوبی در بازدهی سهام بازار بورس اوراق بهادار تهران؛ پژوهشنامه اقتصادی، شماره ۵: ۷۳-۳۵.
- مشیری، سعید (۱۳۸۰) پیش‌بینی تورم ایران با استفاده از مدل‌های ساختاری، سری زمانی و شبکه‌های عصبی؛ مجله تحقیقات اقتصادی، شماره ۵۸: ۱۸۴-۱۴۷.
- مشیری، سعید (۱۳۸۱) مروری بر نظریه آشوب و کاربردهای آن در اقتصاد؛ فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران، شماره ۱۲: ۷۱-۳۱.
- مشیری، سعید و فروتن، فائزه (۱۳۸۳) آزمون آشوب و پیش‌بینی قیمت‌های آتی نفت خام؛ فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران، شماره ۲۱: ۹۰-۶۷.
- مشیری، سعید و مروت، حبیب (۱۳۸۴) بررسی وجود فرایند آشوبی در شاخص بازدهی کل قیمت

- سهام بازار تهران؛ فصلنامه پژوهشهای اقتصادی ایران، شماره ۲۵: ۶۴-۴۷.
- مشیری، سعید و مروت، حبیب (۱۳۸۵) پیش بینی شاخص کل بازدهی سهام تهران با استفاده از مدل‌های خطی و غیر خطی؛ فصلنامه پژوهشنامه بازرگانی، شماره ۴۱: ۲۷۶-۲۴۶
- Allen, E. (2007) Modeling with Ito stochastic differential equations; University of Texas, USA, published by springer, p.o. Box 17 , 3300 AA.
- Basel, M. , AL.Eidehc, Ahmad S. A. AL.refal and Wafaa ,M. Sbeiti (2004) Modelling the CPI using a lognormal diffusion process and implications on forecasting inflation; Journal of Management Mathematics 15: 39-51.
- Brock, W. and Potter, Simon (1993) Nonlinear Time Series and Macroeconomics; Handbook of Statistics, Elsevier Science Publishers B. V., Vol. 11.
- Brock, W. A., Dechert W.D. & Sheinkman J.A. (1987) A Test of Independence Based on the Correlation Dimension; Econometric Reviews: 197-235.
- Black, F. & Scholes, M. (1973 ) The Pricing of Options and Corporate Liabilities; Political Economy, Vol. 81: 637-659.
- Constantine, D. Percival, D., (2010) R Package 'fractal': Insightful Fractal Time Series Modeling and Analysis; available at: [http: CRAN R-project.org](http://CRAN.R-project.org).
- Cuaresma, J.C (1998) Determinism chaos versus stochastic processes; economics series No. 60.
- Demuth, H., Beale, M. (2002) Neural Network Toolbox for use with MATLAB; User's Guide Version 4, copyright by The MathWorks, Inc.
- Fabio, A. , Narzo, D. (2010) R Package 'tseriesChaos': Routines for the analysis of nonlinear time series; available at: [http: CRAN R-project.org](http://CRAN.R-project.org).
- Grassberger, P. and I. Procaccia (1983) Measuring the Strangeness of Strange Attractors; Physica. 9D: 30-31.
- Kantz, H., and Schreiber, T. (2004) Nonlinear Time Series Analysis; Cambridge University Press.
- Kantz, H., Hegger, R. & Schreiber, T. (1999) Practical implementation of nonlinear time series methods: The TISEAN package; CHAOS 9: 413-435.
- Koop, G., Korobilis, D. (2009) "Forecasting Inflation Using Dynamic Model; Averaging Scientific work contributed by the RCEA Scholars is published in the RCEA Working Papers series.
- Malliaris., A.G & Brock.W.A (1991) stochastic method in economics and finance; University of Chicago, published by Elsevier science publication B.V.
- Merton, R.C (1976) Option Pricing When Underlying Stock Returns are Discontinuous; Journal of Financial Economics, Vol. 3: 125-144.
- Merton, R.C (1973) Theory of Rational Option Pricing; Bell J. Econ. Mgmt. Sci, Vol. 4: 141-183.
- Merton, R.C (1973) An Intertemporal Capital Asset Pricing Model;

- Econometrica, Vol. 41, No. 5: 867-887.
- Moshiri, S. & Kameron, N. (2000) Neural Network Versus Econometrics Models in Forecasting Inflation " , Journal of forecasting, 19: 201-217.
- Nakamura, E. (2005) Inflation forecasting using a neural network; Economics Letters 86: 373-378.
- Osborne, M. F. M. 1964 Brownian motion in the stock market; , In: Cootner, P. (Ed.), The Random Character of Stock Market Price, MIT Press.
- Pluciennik, p. (2010) Forecasting Financial Processes by Using Diffusion Models; Journal of Dynamic Economics Models: 51-60.
- Rosenstein, M. T. , Collins J. J., De Luca, C. J. (1993) A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets; Physica D 65, 117.
- Samuelson, P (1965) Rational theory of warrant pricing; Industrial Management Review 6: 13-32.
- Tsay, R. S. (2002) Analysis of Financial Time Series; University of Chicago, the wiley-interscience publication.
- Teraesvirta, T., Lin C. F., Granger, C.W. J. (1993) Power of the Neural Network Linearity Test; Journal of Time Series Analysis 14: 209-220.
- Vandrovych, V. (2007) Nonlinearities in Exchange-Rate Dynamics: Chaos?; Social Science Research Network, No. 945797.
- Wei, A. , Leuthold , R. M ., 1998 , "Long Agricultural Future Prices: ARCH, Long Memory, or Chaos Processes?" , OFOR Paper Number 98-03.
- White H., Lee T.H., , Granger C.W.J. , 1993 , " Testing for neglected nonlinearity in time series models" , Journal of Econometrics 56, pp: 269-290.
- Wolf, A., Swith, j., Swinney, H. & Vastando, J. (1985) Determining lyapunov exponent from a time series; Physica, 16 D: 285-317.
- Wuertz, D. (2009) R Package 'fNonlinear': Nonlinear and Chaotic Time Series Modelling; available at: [http: CRAN R-project.org](http://CRAN.R-project.org).