

تأثیر ترجیح زمانی بر رشد اقتصادی

رحیم دلایی اصفهانی^۱

محمد واعظ بروزانی^۲

سعید زارعیان^۳

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۸/۲۱

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۲/۱۱

چکیده

توسعه اقتصادی، ارتقاء سطح زندگی و رفاه افراد جامعه، همواره از مهم‌ترین مسائل پیش روی برنامه‌ریزان یک کشور بوده که از پیش شرط‌های آن، محقق ساختن رشد اقتصادی بالاتر در جامعه است. با توجه به اهمیتی که ترجیح زمانی به عنوان یک متغیر کلان اقتصادی در تشکیل سرمایه، رشد و توسعه اقتصادی دارد و از مهم‌ترین ریشه‌های ایجاد کننده نرخ بهره است، نقش مهمی در سلامت اقتصاد ایفا می‌کند. وجود ترجیح زمانی، نشان دهنده بی‌صبری جامعه در مورد مصرف و با ارزش بودن مصرف زمان حال نسبت به مصرف آتی می‌باشد. بنابراین، هرچه نسل حاضر در تخصیص بهینه منابع بین خود و نسل آینده، اهمیت بیشتری برای خود قائل باشند، حجم منابع در دسترس کاهش خواهد یافت و رشد اقتصادی در نرخ پایین‌تری تثبیت خواهد شد.

در این پژوهش با توجه به جنبه‌های نظری، پایه‌های خرد اقتصادی و استفاده از منطق ریاضیات، به ارائه یک استدلال منطقی در تحلیل پدیده‌های کلان اقتصادی پرداخته شده است. هدف این مطالعه، نشان دادن چگونگی تأثیر ترجیح زمانی بر رشد اقتصادی است. با استفاده از نرم افزار MATLAB و کالبیره کردن الگوی رمزی برای اقتصاد ایران، مسیر بهینه متغیرهای مصرف، پس انداز، سرمایه و رشد اقتصادی در حالت وجود تعهد و عدم وجود تعهد، استخراج شده است.

نتایج بررسی حاکی از آن است مسیر بهینه موجودی سرمایه، مصرف و رشد اقتصادی در حالت تعهد کامل، ابتداء بیشتر از حالت عدم تعهد است و در انتهای دوره، مسیر بهینه متغیرها با یکدیگر همگرا می‌شوند. در بخش پایانی، چگونگی تغییر ترجیح زمانی بر مسیر بهینه متغیرها بررسی شد. اجرای سناریوهای مختلف نشان می‌دهد، افزایش نرخ ترجیح زمانی باعث کاهش رفاه اقتصادی، نرخ مؤثر ترجیح زمانی، رشد اقتصادی و مسیر بهینه متغیرها می‌شود.

واژگان کلیدی: ترجیح زمانی، رشد اقتصادی، تعهد، عدم وجود تعهد

طبقه بندی JEL: O47, C6, D63

Rateofinterest@yahoo.com

vaez@polt.ui.ac.ir

Saeid_z9943@yahoo.com

۱. دانشیار دانشگاه اصفهان

۲. دانشیار دانشگاه اصفهان

۳. دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه اصفهان

مقدمه

یکی از پایه‌های تبیین مدل رفتاری اقتصاد کلان، شامل الگوهای رشد نشوکلاسیک می‌باشد، که بر این فرض استوار است که خانوارها دارای نرخ ثابت ترجیح زمانی هستند. دلیل قانع کننده‌ای برای این فرض مشخص نمی‌باشد. شاید علتی که برای آن در نظر گرفته شده، این است که دلایلی که افراد ترجیح زمانی مثبت دارند، مشخص نمی‌باشد.

رمزی (Ramsey, 1928: 543) در مطالعه خود، قویاً تصریح می‌کند که در یک جامعه متشکل از افرادی که دارای ترجیح زمانی مثبت هستند، سطح پس انداز اندک خواهد بود. از نظر رمزی، تنزیل مطلوبیت آیندگان از نظر اخلاقی، غیر قابل دفاع است. به طور مشابه، اروینگ فیشر برای مفهوم ترجیح زمانی از مفهوم بی‌صبری استفاده کرده است، درجات بی‌صبری برای افراد مختلف متنوع‌اند. بی‌صبری افراد به درآمد جاری آنها، که از حالت شروع می‌شود و به طور نامعین به سمت آینده بسط می‌یابد؛ وابسته می‌باشد. بی‌صبری فرد از میزان انتظار وی از درآمد واقعی و شکل توزیعی درآمد فرد در مسیر زندگی تأثیر می‌پذیرد. در واقع بی‌صبری، به فراوانی نسبی درآمدهای نزدیکتر، در مقایسه با درآمد دورتر یا چیزی که ما آن را شکل زمانی درآمد مورد انتظار می‌نامیم، وابسته است. یکی از دلایلی که اقتصاددانان نرخ ترجیح زمانی صفر را نپذیرفته‌اند، این است که ترجیح زمانی صفر باعث مشکلاتی در بلند مدت می‌شود. پس، بسیاری از تجزیه و تحلیل‌ها نرخ ترجیح زمانی را مثبت اما ثابت در نظر گرفته‌اند.

همان گونه که استورز (Strotz, 1956)، پولاك (Pollak, 1968)، گلدمان (Goldman, 1980) و بسیار قبیل‌تر از آن رمزی به آن پرداخته‌اند، عدم ثبات نرخ ترجیح زمانی می‌تواند مشکل ناسازگاری ایجاد کند. این مشکل ناشی از ارزشگذاری نسبی جریان مطلوبیت در زمان‌های مختلف می‌شود و به عنوان زمان برنامه‌ریزی کامل می‌شود. در این زمینه، یک راه، انتخاب‌های متعهدانه است که باعث می‌شود که میزان مصرف به طور معمول از آن انتخاب، متفاوت باشد و در نظر گرفتن راهی که میزان مصرف آینده مشخص خواهد شد. برای مثال با قبول یک برنامه پس انداز، خود را به یک مسیر معین پس انداز متعهد نمایند. بنابراین، دانش فنی برای رسیدن به این نتایج لازم است. امکان دیگر این است که مصرف کنندگان با اطلاع از اینکه سلیقه‌های آنها تغییر می‌کند، با این فرض برنامه‌ریزی می‌نمایند که در آینده در هر لحظه‌ای، سلیقه همان لحظه را اعمال، و در این صورت، برنامه‌ای سازگار را انتخاب خواهند نمود.

نظریه لیبسون^۱ تا حدی با درون‌گرایی و تا حدی با یافته‌های تجربی ساخته شده است، او استدلال می‌کند که افراد در مورد مصرف حال و آینده بی‌حوصله هستند، اما بی‌صبری در مورد گزینه‌های

1 laibson

پیش رو، در آینده بیشتر می‌شود و از این رو، نرخ ترجیح زمانی در کوتاه مدت نسبت به بلند مدت بسیار بیشتر است.

مطالعه حاضر، گامی در جهت گسترش کاربرد علم اقتصاد نزد سیاستگذاران اقتصادی کشور و هدف اصلی، کالبیره کردن الگوی رمزی برای اقتصاد ایران است. پرسش اصلی که در این مقاله به دنبال پاسخی برای آن هستیم، این است که در نظریه اقتصادی، چه رابطه‌ای بین ترجیح زمانی و رشد اقتصادی وجود دارد؟ برای رسیدن به این هدف، ابتدا مبانی نظری الگو به طور مبسوط توضیح داده می‌شود و آنگاه این الگو برای اقتصاد ایران کالبیره می‌گردد. نتیجه‌گیری و ملاحظات نیز قسمت پایانی را تشکیل می‌دهد.

۱. مرواری بر مبانی نظری

ترجیح زمانی، به معنی انتخاب بین دو مقطع زمانی بوده، و فردی که دارای ترجیح زمانی است، در ارزشگذاری بین زمان حال و آینده، به زمان آینده اهمیت کمتری می‌دهد. هر که ترجیح زمانی بیشتر داشته باشد، زمان آینده در نظر او اهمیت کمتر و کمتری خواهد داشت و بنابراین، فرد مصرف حال را نسبت به آینده بیشتر ترجیح خواهد داد.

در اواخر قرن نوزدهم برای نخستین بار نظریه اویگن فون بوم باورک^۱ (۱۹۵۱) در سرمایه و بهره ارائه، و بر اساس آن، تقریباً تمام نظریه‌های مدرن ساخته شده است. بوم باورک وجود نرخ بهره را به سه دلیل می‌دانست: ۱- مولدیت موجود در کالاهای سرمایه‌ای، ۲- مطلوبیت نهایی کاهشی و ۳- ترجیح زمانی (دلالی اصفهانی، ۱۳۸۶:۱۳۸۶). بنابراین بین ترجیح زمانی و مفهوم نرخ بهره ارتباط تنگاتنگی وجود دارد. بوم باورک ترجیح زمانی را مهمترین عامل ایجاد بهره می‌داند. میزز^۲ تأکید دارد که ترجیح زمانی، یک دسته‌بندی ذاتی از رفتار انسانی است. وی معتقد است، ترجیح زمانی به صورت ریشه بهره یعنی، تنزیل کالاهای آینده در برابر کالای حال، همچنین بهره تنها بهره‌وری سرمایه نیست. ارتباط بین سه عامل تولید (نیروی کار، سرمایه و زمین) و سه طبقه بندی درآمد (دستمزد، سود و اجاره)، به گونه‌ای که به وسیله اقتصاددانان کلاسیک مطرح شده، اجتناب ناپذیر است. میزز بهره را یک پدیده همگن می‌داند، و بین منابع بهره اختلافی قائل نیست و معتقد است که بهره بر روی کالاهای با دوام و بهره‌وری اعتبار مصرفی، مشابه دیگر انواع بهره، و در نتیجه همان ارزش بیشتر کالای حال در برابر آینده است. وی به مفهوم رانت بری یا قبول ترجیح زمانی به عنوان یک رفتار انسانی توجه دارد و بیان می‌کند: چون ترجیح زمانی شخصی برای همه وجود دارد، پس نرخ بهره

¹ Eugen Von Bohm Bawerk
² Mises

مشیت می باشد. بنیانگذاران ترجیحات بین زمانی معتقد بودند که تنزیل مطلوبیت آینده یک امر نامعقول است. این فکر نقطه نظری بود که آرتور پیگو^۱ (۱۹۲۰)، فرانک رمزی^۲ (۱۹۲۸) و روی هارود^۳ (۱۹۲۸) اتخاذ کردند (حسینی، ۱۳۸۶).

از نظر هارود، افراد نزدیکبین هستند و این نزدیکبینی باعث می شود که آینده را کمتر از مقدار واقعی تخمین بزنند (هارود، ۱۹۴۸). پیگو در خصوص اینکه چرا ممکن است افراد نزدیکبین باشند، اظهار می کند: چون آینده دور است، کوچک دیده می شود. از نظر پیگو، دولت باید برای مقابله با اثرات غیر عقلایی افراد، از آینده حمایت و مردم را آگاه کند که تنزیل شخصی آینده، چه اثرات نامطلوبی بر سطح رفاه جامعه خواهد داشت (پیگو، ۱۹۲۰).

رمزی سعی کرد نظر پیگو را با یک استدلال ریاضی نشان دهد. او در مطالعه خود قویاً تصریح می کند که در یک جامعه مشکل از افراد دارای ترجیح زمانی مشیت، سطح پس انداز بسیار اندک خواهد بود. از نظر رمزی، تنزیل مطلوبیت آیندگان از نظر اخلاقی غیر قابل دفاع است (Ramsey, F.P. 1928). در کل آنها عنوان می کنند که ترجیح زمانی یک نقص است. رجحان بالای زمانی از جنبه اخلاقی توجیه پذیر نیست؛ چون باعث بی عدالتی بین نسلی می شود و بی عدالتی هرچه بیشتر باشد، رشد اقتصادی عقب می افتد. منظور از عدالت، برایری در توزیع منابع و امکانات بین نسل حاضر و نسل آینده است. ایراد وارد به رجحان زمانی، این است که اگر افراد رجحان زمانی داشته باشند، عدالت بین نسلی مخدوش می شود. هر چه نسل حاضر رجحان زمانی بالاتری داشته باشد، منابع را بیشتر استفاده می کند و حجم کمتری از منابع برای زمان آینده می ماند و سهم آیندگان کم می شود.

این مساله ایراد اخلاقی دارد و نسل فعلی مرتكب عملی خلاف اخلاق شده اند. همچنین نتیجه اقتصادی این مساله آن است که رشد اقتصادی عقب می افتد. علت این است که هرچه رجحان زمانی بالاتر باشد، منابع به جای اینکه پس انداز شود، مصرف می گردد و بنابراین، انباشت سرمایه کمتری صورت می گیرد. با انباشت سرمایه کمتر، رشد اقتصادی عقب می افتد. فصل الخطاب مشترک تمام تئوری های رشد در اقتصاد کلان، رشد بهینه و رشد بین زمانی است که رجحان زمانی اینها را مخدوش می سازد (بخشی دستجردی، ۱۳۹۰). نتیجه ای که می توان گرفت، رجحان زمانی باعث بی عدالتی بین نسلی می شود و بی عدالتی هرچه بیشتر باشد، رشد اقتصادی عقب می افتد. بنابراین، عقیده ای که بین عدالت و رشد اقتصادی در طول زمان تضاد وجود دارد، صحیح نیست (بخشی دستجردی، ۱۳۹۰)؛ بلکه برعکس، برای اینکه رشد بالاتری محقق شود و درآمد سالیانه افزایش پیدا کند، می باید جامعه به عدالت توجه بیشتری نماید یا به عبارت دیگر، «آنچه که برای خود می خواهی، برای دیگران هم

1 Artur Pigou

2 Frank Ramsey

3 Rooy Harrod

بخواه». این یک اصل اخلاقی است که متناسبن یکی از دقیق‌ترین ظرایف علم اقتصاد است. در اینجا منظور از دیگران، نسل‌های آینده هستند و اگر به آنها توجه بیشتری کنیم، رشد بیشتر می‌شود و درآمد سالانه، در طول مدت افزایش پیدا می‌کند.

۲. الگوی رشد بهینه

۱-۲. ساختار الگوی رشد نئوکلاسیک با استفاده از نرخ متغیر ترجیح زمانی

تاکنون الگوهای فراوانی برای پیش‌بینی وضعیت اقتصاد کلان و اعمال سیاست‌های مناسب اقتصادی، برای کشورهای مختلف تدوین شده است که هر کدام به نوبه خود، گامی را در جهت بهبود روش‌های قبلی پیموده‌اند. نظریه کنترل بهینه، یکی از نظریه‌های مورد استفاده در علوم مهندسی کنترل است که با توسعه فناوری رایانه‌ای و بر طرف شدن موانع محاسباتی، برنامه‌ریزان اقتصادی می‌توانند برای کنترل و جهت‌گیری اقتصاد به سمت اهداف خاص، به طور مؤثری از آن استفاده نمایند.

الگوی رمزی، یکی از مهم‌ترین الگوهای پایه‌ای برای مطالعه تخصیص بین دوره‌های منابع است. با توجه به آنکه این الگو بر اساس اصول بهینه‌یابی متعارف اقتصاد خرد استخراج شده است، در اقتصاد کلان نوین- اقتصاد کلان با مبانی خرد- از جایگاه ویژه‌ای برخوردار است و بسیاری از پژوهش‌های اقتصادی به عنوان یک نظریه مرجع، مدنظر قرار می‌گیرد. الگوی رمزی در اقتصاد ایران می‌تواند مبانی نظری مناسبی را جهت توضیح واقعیات اقتصاد ایران فراهم نماید و همچنین می‌تواند رویکرد جدیدی را برای پژوهشگران و محققان اقتصادی ایجاد نماید. در اینجا برای حل مساله بهینه‌یابی، از الگوی رمزی استفاده خواهد شد.

تابع رفاه اجتماعی با استفاده از نرخ متغیر ترجیح زمانی، به صورت رابطه (۱) است:

$$U(\tau) = \int_{\tau}^{\infty} u[c(t)].e^{-\rho.(t-\tau)} dt \quad (1)$$

در رابطه (۱)، (τ) نشان دهنده زمان جاری، (t) نشان دهنده مصرف در زمان t ، $U(\tau)$ رفاه خانوار در زمان τ ، جمع تنزیل شده مطلوبیت‌های آنی $(c(t))$ است. به تابع $U(\tau)$ u تابع مطلوبیت و لذت آنی نیز گفته می‌شود، تابع غیر منفی مقعر و فزاپنده از مصرف سرانه c است. $u'(c) < 0$ و $u''(c) > 0$ نرخ ترجیح زمانی ثابت است. پس از استاندارد کردن معادله (۱)، تنزیل زمان در دوره t تنها به فاصله $\tau - t$ ، از زمان حال حاضر بستگی دارد. با مقداری تغییر در رابطه (۱)، رابطه (۲) به دست می‌آید:

$$U(\tau) = \int_{\tau}^{\infty} u[c(t)].e^{-[\rho.(t-\tau)+\Phi(t-\tau)]} dt \quad (2)$$

در این معادله، $\phi(\tau - t) \geq 0$ جنبه‌هایی از ترجیح زمانی است که نمی‌توان آن را توسط عامل نمایی $e^{-\rho(\tau-t)}$ استاندارد کرد. دوره جدید در نظر گرفته شده، همانند عامل ترجیح زمانی به فاصله $\tau - t$ بستگی دارد. وقتی که داشته باشیم: $0 = \Phi(0)$, می‌توان آن را نرمال کرد. تابع $\Phi(v)$ پیوسته است و می‌توان دو بار از آن مشتق گرفت. عبارت $v' + \rho \Phi'(v) < 0$ نرخ لحظه‌ای ترجیح زمانی در فاصله زمانی $\tau - t = v$ است. ویژگی‌های در نظر گرفته شده، به دنبال فروض لیبسون (Laibson, 1997) است، $v' < 0$, $\Phi''(v) > 0$ و $\Phi'(v)$ نزدیک به صفر است. بنابراین v تمایل به بینهایت دارد. خواص فوق، این مفهوم را می‌رسانند که نرخ ترجیح زمانی در کوتاه مدت بالا است. اما در آینده دور در مقدار کمتر، تقریباً ثابت است. با این ترجیحات، مصرف کنندگان در مورد مصرف در حال حاضر، بی صبر هستند. اما آنها باید به عواقب این بی‌حوالگی در بلند مدت بیاندیشند. حاکمیت مصرف کننده نشان می‌دهد که افراد در کوتاه مدت دارای بی صبری بالایی می‌باشند. که این بی صبری باعث افزایش مصرف حال خواهد شد؛ و این افزایش مصرف باعث کاهش در پس انداز نسل‌های آینده می‌شود، و در نتیجه باعث کاهش رفاه افراد در نسل‌های آینده خواهد شد.

مابقی الگو، یک تابع تولید نئوکلاسیک معمول بوده که توسط رابطه زیر نشان داده شده است:

$$y = f(k) \quad (3)$$

که y در آن، تولید هر کارگر و k نشان دهنده سرمایه به ازای هر کارگر است؛ و فرض می‌شود که $0 < f'(k) < 0$, $f''(k) < 0$ ؛ جمعیت ثابت، پیشرفت‌های تکنولوژیکی برابر صفر، تعداد نیروی کار (و مقدار ورودی نیروی کار)، برابر با جمعیت ثابت در نظر گرفته شده، اقتصاد بسته، به طوری که دارایی هر شخص برابر با سرمایه هر کارگر (k) ، نرخ بازگشت $r(t) = f'(k)t - \delta$ نرخ $\delta \geq 0$ نرخ ثابت استهلاک سرمایه، و نرخ دستمزد $w(t) = f[k(t)] - k(t)f'(k(t))$ است.

در اینجا مراتب را در صورت وجود تعهد، عدم وجود تعهد و در حالت تعهد جزئی، مورد بررسی قرار گرفته شده است. تعهد اشاره به توافقی یک سیاستگذار به انتخاب سیاست الزام آور دارد. در صورت انتخاب این سیاست، افراد خود را ملزم می‌دانند که وظایفی را که بر عهده آنها قرار گرفته است، انجام دهند، و در صورت عدم انجام تعهد، فرد دچار عذاب و جدان می‌شود.

۲-۲. نتایج در حالت وجود تعهد^۱

شرطیت بهینه مرتبه اول برای نماینده خانوارها که برای مصرف انتخاب شده‌اند، زمانی صدق می‌کند که آنها نسبت به جریان مصرف شان در حال و آینده، متعهد باشند. برای مثال، اگر تابع با کشش جانشینی ثابت و یا تابع کشش یکسان پذیرفته شده باشد:

$$u(c) = \frac{(c^{1-\theta} - 1)}{(1 - \theta)} \quad (4)$$

ضریب ریسک گریزی نسبی θ اینتابع جدا از c است. θ تمایل خانوار به انتقال مصرف بین دوره‌ها را مشخص می‌کند. هر چه θ کوچک‌تر باشد، کشش جانشینی بیشتر خواهد شد و مردم بیشتر دوست دارند که مصرف خود را به آینده انتقال بدهنند و بیشتر پس انداز کنند. سرمایه انباشت شده اقتصاد سریع‌تر به وضعیت پایدار گرایش خواهد داشت، که در اینجا $0 < \theta$ است.

فرمول معمول رمزی برای نرخ رشد مصرف، به صورت زیر می‌شود:

$$\left(\frac{1}{c}\right) \cdot \left(\frac{dc_t}{dt}\right) = \left(\frac{1}{\theta}\right) \cdot (f'(k_t) - \rho - \Phi'(t - \tau)) \quad (5)$$

عنصر جدید، از اضافه شدن $(t - \tau)\Phi'$ به ρ به الگوی رمزی معمول به دست می‌آید. معادله را می‌تواند به عنوان عامل اخلال در نظر گرفت و به موجب آن، مصرف در برخی از نقاط زمان کاهش و در نقطه دیگری در زمان، ثابت باقی می‌ماند.

با توجه به ویژگی‌هایی که برای $(0)\Phi$ در نظر گرفته شده است، $\rho + (t - \tau)\Phi'$ از یک مقدار بالا شروع می‌شود و سپس به سمت ρ کاهش می‌یابد. بنابراین، $(t - \tau)\Phi'$ به سمت بی‌نهایت دارد. پس، نرخ ترجیح زمانی در حالت پایا ρ خواهد بود؛ و در حالت پایا این الگو با الگوی معمول رمزی منطبق است. نتایج جدید نشان می‌دهد که نرخ ترجیح زمانی بیشتر از ρ (در حالت پایا) است؛ اما در طول زمان کاهش می‌یابد (لیبسون و رمزی، ۲۰۰۰، ۸).

یکی از مشکلات استفاده از این راه حل، آن است که در زمان حال τ به صورت دلخواه انتخاب شده است و شرایط پتانسیل برای تعهد به طور ناگهانی در این زمان به وجود نمی‌آید. در عوض، اگر تعهدات دائمی بر مصرف امکان پذیر بود، این تعهدات به احتمال زیاد در گذشته شاید خیلی دور وجود داشته است. در این وضعیت گذشته، ارزش‌های فعلی و تمام آینده مصرف، بیش از مقدار تعیین شده است که می‌تواند به طور مؤثر منهای بی‌نهایت باشد. بنابراین $(t - \tau)\Phi'$ برای هر $t \geq 0$ صفر خواهد بود. از این رو، نرخ ترجیح زمانی برای هر $t \geq 0$ برابر با ρ است؛ بنابراین، نتایج استاندارد رمزی نه تنها در حالت پایا بلکه به طور کلی، قابل اجرا، و مشکل اساسی‌تر این است که تعهد در انتخاب آینده $c(t)$ بسیار مشکل است. بنابراین بخش بعدی، راه حلی را در شرایط عدم وجود تعهد برای مصرف آینده ارائه می‌دهد. در این حالت، خانواده‌ها می‌توانند تنها جریان لحظه‌ای مصرف را در زمان t تعیین کنند.

1 Steady-state

۲-۳. نتایج در حالت عدم وجود تعهد و لگاریتم مطلوبیت^۱

شرط مرتبه اول در معادله (۵) تنها در صورت وجود تعهد صادق است. به طور خاص، خانواده‌ها نمی‌توانند تعهدی بدهند که $c(t)$ را در زمان τ کاهش، و $c(t)$ را در تاریخی مشخص در آینده افزایش دهند؛ در حالی که به داشتن مصرف ثابت در تاریخ‌های دیگر متعهد هستند. در عوض، خانواده‌ها فهمیده اند که چگونه سهم خود را از دارایی $c(t)$ در زمان τ تنظیم نمایند و چگونه این تغییر در دارایی‌ها، مصرف انتخابی را در تاریخ‌های بعد تحت تأثیر قرار می‌دهد. شکل مخصوصی از تابع مطلوبیت در این الگو استفاده می‌شود که به صورت $u(c) = \log c$ است؛ و نتایج در حالت پایا یک تابع مطلوبیت مقعر، در بخش بعدی مورد بحث قرار گرفته است.

به نظر می‌رسد که مصرف انتخابی $c(t)$ در زمان τ به عنوان یک جریان ثابت $(\tau)c$ در طول فاصله $[\tau, t + \epsilon]$ گستته است. این فاصله در نهایت به صفر نزدیک خواهد شد و در نتیجه، نتایج در طول زمان پیوسته خواهند شد. انتگرال کامل از جریان مطلوبیت معادله (۵) می‌تواند به دو قسمت شکسته شود:

$$\begin{aligned} U(\tau) &= \int_{\tau}^{\tau+\epsilon} \log[c(t)] \cdot e^{-[\rho(t-\tau)+\Phi(t-\tau)]} dt \\ &+ \int_{\tau+\epsilon}^{\infty} \log[c(t)] \cdot e^{-[\rho(t-\tau)+\Phi(t-\tau)]} dt \\ &\approx \epsilon \cdot \log[c(\tau)] + \int_{\tau+\epsilon}^{\infty} \log[c(t)] \cdot e^{-[\rho(t-\tau)+\Phi(t-\tau)]} dt \end{aligned} \quad (6)$$

می‌توان $e^{-[\rho(t-\tau)+\Phi(t-\tau)]}$ را به طور تقریبی برابر با طول اتحاد ϵ در نظر گرفت. به طور تقریبی ϵ در تعادل متمایل به صفر می‌شود. توجه داشته باشید که لگاریتم مطلوبیت فرضی بوده است.

می‌توان مصرف کننده $(\tau)c$ را انتخاب کرد. بنابراین پس انداز در زمان τ انتخاب می‌شود. تأثیر این انتخاب $c(t)$ ، به ازای $t \geq \tau + \epsilon$ با اثر بر سهم دارایی $K(\tau + \epsilon)$ در زمان $\tau + \epsilon$ غیر قابل دسترس خواهد بود. برای تعیین بهینه $(\tau)c$ خانواده‌ها، اول، ارتباط بین $(\tau)c$ و $K(\tau + \epsilon)$ و دوم، ارتباط بین $(\tau)c$ و انتخاب $K(\tau + \epsilon)$ به ازای $t \geq \tau$ را باید بدانند.

اولین بخش ساده است. محدودیت بودجه خانوار به شکل زیر می‌باشد:

$$\frac{dk}{dt} = r(t) \cdot k(t) + w(t) - c(t) \quad (7)$$

که در آن، قیمت‌های $r(t)$ و $w(t)$ توسط خانواده‌ها تعیین شده‌اند. برای آغاز، سهم دارایی $(\tau)c$ در زمان $\tau + \epsilon$ به وسیله معادله زیر تعیین می‌شود:

1 Results Without Commitment Under Log Utility

$$k(\tau + \epsilon) \approx k(\tau) \cdot [1 + \epsilon \cdot r(\tau)] + \epsilon \cdot w(\tau) - \epsilon \cdot c(\tau) \quad (8)$$

مقدار تقریبی بدون در نظر گرفتن فاصله $(\tau + \epsilon) - \tau$ به دست می‌آید که از نادیده گرفتن دستور ϵ^2 به دست می‌آید؛ و متغیر $r(t)$ و $w(t)$ در طول این فاصله، ثابت در نظر گرفته شده است. این فرضیات هنگامی که ϵ نزدیک به صفر بوده، رضایت بخش است. در این حالت، مصرف در جامعه کاهش و پس انداز افزایش می‌یابد و در نتیجه، منابع لازم برای افزایش رشد اقتصادی فراهم می‌شود. مهمترین نتیجه‌ای که از معادله (8) می‌توان گرفت، به صورت زیر است:

$$\frac{d \left[\frac{k(\tau + \epsilon)}{d[c(\tau)]} \right]}{dt} \approx -\epsilon \quad (9)$$

بنابراین مصرف بیشتر در زمان حال، به معنی دارایی کمتر در آینده است.

محاسبات پیچیده شامل ارتباط بین $(\epsilon + K(\tau))$ و $c(t)$ به ازای هر $t \geq \tau + \epsilon$ است؛ که تمایل به مصرف کردن دارایی‌ها را نشان می‌دهد. در الگوی استاندارد رمزی با لگاریتم مطلوبیت، $c(t)$ برابر با قسمت ثابت ρ از ثروت، و ثروت برابر با $k(t)$ به اضافه ارزش فعلی دستمزد بوده و ارزش فعلی دستمزد ثابت است، زیرا درآمد و جایگزینی اثرات مرتبط با نرخ بهره در آینده، دقیقاً با لگاریتم مطلوبیت خنثی می‌شود. با توجه به این زمینه، حدس منطقی این است که درآمد و جایگزینی اثرات مرتبط با نرخ بهره در آینده به وسیله لگاریتم مطلوبیت خنثی می‌گردد (حتی اگر نرخ ترجیح زمانی متغیر و تعهد وجود نداشته باشد). بنابراین، مشخص کردن λ (نرخ مؤثر ترجیح زمانی) نیازی به برابری با ρ ندارد. پس، حدسی که زده می‌شود درست است، و مصرف توسط معادله زیر نشان داده می‌شود:

$$c(t) = \lambda \cdot [k(t) + \text{دستمزد}] \quad (10)$$

بر اساس حدس مفروض، که می‌توان آن را تأیید کرد، $c(t) = \lambda \cdot r(t) - \lambda \cdot \text{رشد می‌کند}$ (به ازای $t \geq \tau$)، بنابراین، به ازای هر $t \geq \tau + \epsilon$ مصرف به وسیله معادله زیر مشخص شده است:

$$\log[c(t)] = \log[c(\tau + \epsilon)] + \int_{\tau + \epsilon}^t r(v) dv - \lambda \cdot (t - \tau - \epsilon) \quad (11)$$

معادله مطلوبیت (6) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$u(\tau) \approx \epsilon \cdot \log[c(\tau)] + \log[c(\tau + \epsilon)] \cdot \int_{\tau + \epsilon}^{\infty} e^{-[\rho \cdot (t - v) + \phi(t - v)]} dt + \text{اصطلاحی که به مسیر } c(t) \text{ وابسته است} \quad (12)$$

تعریف نرخ مؤثر ترجیح زمانی

$$\Omega \equiv \int_0^{\infty} e^{-[\rho v + \Phi(v)]} dv \quad (13)$$

این عبارت در طول زمان ثابت است، بر اساس اینکه انتگرال معادله (12) به صفر نزدیک می‌شود. می‌توان تأثیر نهایی $c(\tau)$ به $u(t)$ را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\frac{d[U(\tau)]}{d[c(\tau)]} \approx \frac{\epsilon}{c(\tau)} + \frac{\Omega}{c(\tau+\epsilon)} \cdot \frac{d[c(\tau+\epsilon)]}{d[k(\tau+\epsilon)]} \cdot \frac{d[k(\tau+\epsilon)]}{dc(\tau)} \quad (14)$$

مشتق نهایی برابر ϵ است و با توجه به راه حل تخمین زده شده در معادله (۹) تابع (۱۰) بعد از مشتق برابر با λ است. بنابراین، مشتق $d[u(\tau)]/d[c(\tau)]$ برابر با صفر، و دلالت دارد بر:

$$c(\tau) = \frac{[c(\tau + \epsilon)]}{\Omega \lambda} \quad (15)$$

اگر راه حل درست تخمین زده شده باشد، هنگامی که ϵ متمایل به صفر است، آنگاه $c(\tau + \epsilon)$ باید به $c(\tau)$ نزدیک باشد، و گرنه، $c(t)$ در تمام نقاط افزایش ناگهانی را نشان می‌دهد و جواب تخمین زده شده، اشتباه خواهد بود. تنها ارزش λ که در این رابطه ارائه می‌شود، به شرح زیر است:

$$\lambda = \frac{1}{\Omega} = \frac{1}{\int_0^\infty e^{[-\rho v + \Phi(v)]} dv} \quad (16)$$

به طور خلاصه، راه حل مشکل مصرف خانوار تحت لگاریتم مطلوبیت که $c(\tau)$ است، به عنوان کسر λ از ثروت در هر زمان می‌باشد، حل خواهد شد در معادله (۱۶)، λ به صورت ثابت نشان داده شده است. این راه حل هم سازگار است؛ زیرا، اگر $c(t)$ در این روش انتخاب در طول زمان‌های آینده باشد، پس برای مصرف در حال حاضر، یک راه حل بهینه خواهد بود.

بازبینی معادله (۱۶) نشان می‌دهد که الگوی استاندارد رمزی در صورتی که $\Phi(v) = 0$ باشد، به ازای تمام v ها $\rho = \lambda$ می‌شود و برای ارزیابی مفاهیم کلی $\Phi(v)$ به ازای λ بهتر است که معادله (۱۶) را به شکل زیر بازنویسی کرد:

$$\lambda = \frac{\int_0^\infty e^{-[\rho v + \Phi(v)]} \cdot [\rho + \Phi'(v)] dv}{\int_0^\infty e^{-[\rho v + \Phi(v)]} dv} \quad (17)$$

از آنجایی که صورت معادله (۱۷) پیوسته است، این نتایج با معادله (۱۶) منطبق می‌باشد. فرم معادله (۱۷) بسیار مفید بوده، زیرا نشان می‌دهد که λ یک متوسط وزنی ثابت از نرخ لحظه‌ای ترجیح زمانی $\Phi'(v)$ است. از آنجایی که $\rho < \Phi'(v) < 0$ و $\Phi''(v) > 0$ است، λ بهتر است که معادله (۱۷) را به شکل زیر بازنویسی کرد:

$$\rho \leq \lambda \leq \rho + \Phi'(v) \quad (18)$$

نرخ مؤثر ترجیح زمانی را می‌توان به صورت $(v)\Phi$ اندازه‌گیری کرد. لیبسون ۱۹۹۷ پیشنهاد کرد که «شبیه هذلولی» در زمان گسسته و در دوره جاری برابر با $\rho = \Phi(v)$ و در دوره‌های بعدی برابر با $\beta = e^{-\Phi(v)}$ است (در جایی که $0 < \beta \leq 1$) باشد. فلپس و پولاک (۱۹۶۸) نیز این شکل را به کار برده‌اند.

در این مشخصات، عامل تنزیل بین زمان حال و آینده شامل عامل $1 \leq \beta$ است. این عامل بین دو دوره، آینده را وارد نمی‌کند. لیبسون بیان کرد که β سالانه به صورت قابل ملاحظه‌ای کمتر از یک است، شاید بین نیم و $\frac{2}{3}$ باشد.

این مورد شبه هذلولی را می‌توان با در نظر گرفتن یک محیط پیوسته در زمان به صورت زیر نشان داد:

$$\Phi(v) = 0 \quad \text{برای } 0 \leq v \leq V \quad e^{-\Phi(v)} = \beta \quad v > V \quad (19)$$

به طور تقریبی $v > 0$ ، و از آنجایی که $1 \leq \beta < 0$ است، با این ویژگی، هنگامی که $v = V$ باشد، $(0)' \Phi$ بینهایت، و در غیر این صورت، صفر، و به نظر لیبسون، هنگامی که شرط $1 \ll \rho V$ وجود داشته باشد؛ V کوچک است.

با جایگذاری معادله (۱۹) در فرمول انتگرال معادله (۱۳)، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Omega = \left(\frac{1}{\rho} \right) \cdot [1 - (1 - \beta) \cdot e^{-\rho V}]$$

همان گونه که مشاهده می‌شود، با تزدیک شدن V به سمت بی نهایت، Ω به سمت $\frac{1}{\rho}$ می‌رود. که مربوط به حالت رمزی است. شرط $1 \ll \rho V$ نشان می‌دهد که عبارت ساده Ω به طور تقریبی برابر با $\frac{\beta}{\rho}$ است و بنابراین:

$$\lambda \approx \frac{\rho}{\beta} \quad (20)$$

اگر β بین نیم تا $1/5$ باشد، λ بین $1/5\rho$ و 2ρ قرار دارد. بنابراین، اگر ρ برای هر سال ۰/۰۲ باشد، پس تنزیل سنگین مطلوبیت در الگوی رمزی تبدیل به یک می‌شود که در آن، نرخ مؤثر ترجیح زمانی بین ۰/۰۳ تا ۰/۰۴ در هر سال است.

ویژگی‌های معادله (۱۹) باعث ایجاد نتایجی به صورت بسته شده است. اما از شکل تابعی پیداست که یک جهش عجیب و گستاخی در $e^{-\Phi(v)}$ در زمان V در آینده وجود دارد. به طور کلی، مفهوم ادبیات بی‌صبری در کوتاه مدت، این است: هنگامی که V کوچک و کاهشی است $\rho + (0)' \Phi(v)$ نسبت به ρ بالا است. بنابراین V بزرگ می‌شود، و فرم تابعی ساده به شکل زیر است:

$$\Phi'(v) = b e^{-\gamma v} \quad (21)$$

که در معادله بالا، $0 > \gamma \geq 0$ است. پارامتر γ تعیین کننده نرخ ثابت بوده، که در آن، $(0)' \Phi$ کاهشی است و $(0)' \Phi$ تا صفر کاهش می‌یابد. ادغام این شرط در معادله (۲۱) به همراه شرایط رمزی $\Phi(0) = 0$ منجر به عبارت $\Phi(v)$ می‌شود:

$$\Phi(v) = \left(\frac{b}{\gamma} \right) \cdot (1 - e^{-\gamma v}) \quad (22)$$

این نتیجه را می‌توان در انتگرال معادله (۱۳) داخل Ω جایگزین کرد:

$$\Omega = e^{-(b/\gamma)} \cdot \int_0^\infty e^{[\rho v + (b/\gamma) \cdot e^{-\gamma v}]} dv \quad (23)$$

انتگرال به صورت بسته حل نمی‌شود، اما اگر مقادیری برای پارامتر ρ , b و γ مشخص شده باشد، می‌تواند عددی را ارزیابی کند. طبق مشاهدات لیبسون (1997) مقدار پارامتر $b = \Phi'(0)$ حدود $0/5$ برای هر سال و پارامتر γ باید حداقل $0/5$ برای هر سال باشد. بنابراین $(v)^{\Phi}$ در چند سال آینده به صفر نزدیک می‌شود. با $\Omega = 0/50$, $b = 0/02$, $\rho = 0/50$ است، اگر $b = 0/25$ باشد و سایر پارامترها ثابت باشند، $\lambda = 1/\Omega = 0/52$ و $\lambda = 0/032$ به دست می‌آید. شکل تابعی معادله (۲۲) مفهومی شبیه به معادله (۱۹) دارد.

معرفی اصطلاح $(v)^{\Phi}$ در تابع مطلوبیت معادله (۲) و در نتیجه انتقال به مقدار زمان، تحت لگاریتم مطلوبیت ناسازگار است؛ و باعث افزایش بسیاری در نرخ ترجیح زمانی می‌شود. از آنجا که نرخ مؤثر ترجیح زمانی (λ), ثابت است. پویایی و حالت پایایی الگو، همانند چارچوب رمزی است. نرخ بالای ترجیح زمانی، مطابق با نرخ بهره بالا در حالت پایا است.

$$r^* = \lambda \quad (24)$$

در نتیجه، سرمایه (k^*) به شدت پایین‌تر از حالت پایا است. که توسط عبارت زیر تعیین خواهد شد:

$$f'(k^*) = \lambda + \delta \quad (25)$$

از آنجایی که نرخ مؤثر ترجیح زمانی (λ) ثابت بوده، الگو با لگاریتم مطلوبیت و شرایط عدم وجود تعهد معادل با الگوی رشد نئوکلاسیک متعارف است. بنابراین، برابر با مدل استاندارد رمزی (ρ) است؛ و چون پارامتر ρ قابلیت مشاهده به طور مستقیم ندارد، یک مشکل در استنتاج داده‌ها به وجود می‌آید؛ که آیا نرخ لحظه‌ای ترجیح زمان شامل اصطلاح غیر ثابت $(v)^{\Phi}$ است یا نه؟ برای برخی از کشورها نرخ ترجیح زمانی در صورتی مشخص خواهد شد که گروه‌های مختلف جمعیت شامل نرخ ترجیح زمانی مختلف باشند و با این حال، این عقیده وجود دارد که جوامع مختلف برای انتخاب مصرف آینده خود فناوری‌های مختلفی دارند. این عنصر گم شده در الگو در نظر گرفته شده است.

تعهد جزئی

فرض بر این است که نظام و انضباط شخصی و یا برخی از مکانیسم‌های نهادی خانواده‌ها، برخی تعهدات ناقص را در مصرف آینده امکان پذیر می‌سازد. در این روش الگو سازی خاص، خانواده‌ها می‌توانند در زمان τ جریان مصرفی را در طول یک دوره $0 < T$ انتخاب کنند که بیش از بازه $[\tau, \tau + t]$ است. با این حال این انتخاب‌ها باید بر هر گونه تعهداتی که قبلاً ساخته شده بودند، احترام قائل شوند.

فرض کنید، برای اولین بار توانایی نسبی تعهد تا به حال حاضر حداقل از تاریخ $T - \tau$ بوده است. در این مورد، خانواده‌ها در زمان τ تنها $(\tau + T)c$ را انتخاب خواهند کرد. انتخاب مصرف در نیمه باز

$(\tau + T)$ در حال حاضر ساخته شده و از قبل متعهد شده، و مشکل این است که رسمًا مشابه قبیل در نظر گرفته شده، اما نتایج جدید مربوط به تأثیر فاصله تعهد t است. روش پیدا کردن مسیر بهینه (t) مشابه روشی که در قبل استفاده شده، هنگامی که $t = 0$ باشد. با لگاریتم مطلوبیت، میل به مصرف ثروت ثابت است، اما اندازه این گرایش نشان داده شده λ_t ، بستگی به T دارد. فرمول λ_t را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\lambda_T = e^{-[\rho T + \Phi(T)]/\Omega_T} \quad (26)$$

که در آن انتگرال Ω_T به صورت زیر است:

$$\Omega_T \equiv \int_T^{\infty} e^{-[\rho v + \Phi(v)]} dv \quad (27)$$

به ازای $T = 0$ در معاملات (۲۶) و (۲۷) معادل با معادله (۱۳) است، که در آن $\rho \geq \lambda_0$ است. می‌توان نشان داد که λ_T به صورت یکنواخت از λ_0 به ρ کاهش می‌یابد، بنابراین T از صفر تا بینهایت افزایش می‌یابد. بنابراین، کشورها (یا خانوارها) با تعهد تکنولوژی بهتر با مقادیر بالاتر از T نشان داده می‌شوند. در این کشورها، نرخ مؤثر ترجیح زمانی پایین‌تر و بنابراین، تمایل کمتری به مصرف و گرایش بیشتری در موجودی سرمایه وجود دارد.

دگرگونی در توانایی تعهد (که به عنوان تغییر در T الگوسازی شده است)، به ایجاد فاصله انتقال از یک وضعیت در حال انجام تعهد به دیگری می‌شود. برای نشان دادن ماهیت این انتقال، فرض کنید که توانایی متعهد در ابتدا صفر است و مردم پیش بینی می‌کنند که این توانایی همیشه صفر باقی می‌ماند. پس نرخ مؤثر ترجیح زمانی دارای ارزش λ_0 است؛ همانند حالت قبل که می‌توان به صورت نابرابری زیر نوشت:

$$\rho \leq \lambda_0 \leq \rho + \Phi'(0) \quad (28)$$

فرض کنید که توانایی تعهد در طول T به عنوان یک شگفتی در زمان τ معروفی شده است؛ که هر فرد، پس از آن بر این باور است که این برای همیشه در سیستم باقی می‌ماند. در ابتدا خانواده‌ها می‌توانند (t) را بالاتر از بازده $[\tau, \tau + T]$ انتخاب کنند. در این زمینه، اولین شرط معمول برای رشد مصرف، همان‌طور که در معادله (۵) نشان داده شده است، به صورت زیر می‌باشد:

$$\left(\frac{1}{c}\right) \cdot \left(\frac{dc_t}{dt}\right) = \left(\frac{1}{\theta}\right) \cdot (f'(k_t) - \rho - \Phi'(t - \tau)) \quad (29)$$

به ازای $t < \tau < T$ این وضعیت در دسترس است، در شرایط وجود تعهد خانوارها مسیر مصرف آینده خود را تعیین کنند، اما به دلیل وجود بی‌صبری، امکان انجام برنامه ریزی دقیق برای تعیین مسیر مصرف، امکان پذیر نمی‌باشد.

در زمان T نرخ مؤثر ترجیح زمانی از λ به ارزش بالاتر $(T) \Phi' + \rho$ به طور مطلق انتقال می‌یابد. نرخ مؤثر ترجیح زمانی پس از آن، به تدریج کاهش می‌یابد تا به $(T) \Phi' + \rho$ در زمان T برسد. در این نقطه، سیستم به حالتی که تعهد در حال انجام است، بر می‌گردد؛ که در حال حاضر تجزیه و تحلیل شده است. و نرخ مؤثر ترجیح زمانی، به طور مطلق به سمت پایین ارزش λ_T انتقال می‌یابد. در بلند مدت اثرش پایین‌تر از نرخ مؤثر ترجیح زمانی، و به صورت $\lambda_0 \leq \lambda_T$ است. ابتدا تعهد تکنولوژی تولید، سطح مصرف را به صورت گسسته تغییر می‌دهد؛ مصرف عمده‌اً افزایش می‌یابد، زیرا، اثر جانشینی موقتی به نفع مصرف فعلی، بیشتر از آینده است.

۳ نحوه اثر گذاری ترجیح زمانی بر رشد اقتصادی

با حل تابع هامیلتونی به دو معادله دیفرانسیل، یکی معرف معادله انباشت سرمایه سرانه و دیگری معرف مسیر مصرف سرانه به شرح زیر می‌رسیم:

$$\begin{cases} \frac{dk}{dt} = r(t).k(t) + w(t) - c(t) \\ \left(\frac{1}{c}\right) . \left(\frac{dc}{dt}\right) = \left(\frac{1}{\theta}\right) . [r(t) - \rho - \Phi'(t - \tau)] \end{cases} \quad (30)$$

معادلات مذکور، مسیر زمانی تغییر مصرف و سرمایه سرانه را مشخص می‌کند. از این معادلات می‌توان وضعیت سرمایه سرانه، مصرف سرانه، تولید و پس انداز سرانه را در وضعیت پایا به دست آورد. از معادله حرکت مصرف سرانه (متغیر کنترل)، این گونه مشخص می‌شود که هر چه پارامتر ارجحیت زمانی ρ بزرگ‌تر باشد، دلالت بر این دارد که نسل‌های حاضر، رفاه آیندگان را با شدت بیشتری تنزیل می‌کنند، نرخ تغییر مصرف سرانه کمتر خواهد بود. این به آن معناست که مصرف سرانه در مقدار پایین‌تری ثابت خواهد شد. این مساله تأثیر منفی بر متغیر وضعیت در معادله حرکت سرمایه سرانه $\frac{dk}{dt}$ خواهد گذاشت؛ به گونه‌ای که ذخیره مطلوب سرمایه سرانه را کمتر رشد می‌دهد. در نتیجه، تولید سرانه در مقدار پایین‌تری تحقق خواهد یافت و از رشد آن کاسته خواهد شد.

برای مشاهده، تأثیرات دقیق موارد فوق ضروری است که این الگو را برای اقتصاد واقعی کالبیره نمود. چنانچه فرم تصریح شده‌ای از توابع تولید و رفاه در اختیار باشد، می‌توان مسیر بهینه مصرف، ذخیره مطلوب سرمایه، حجم پس انداز بهینه و تولید سرانه را بررسی نمود. برای انجام این کار از داده‌های اقتصاد ایران استفاده شده و تابع تولید استفاده شده در این پژوهش $y = Ak^\alpha$ است، و تابع مطلوبیت (CRRA)، $u(c) = \frac{c^{1-\theta}}{1-\theta}$ که در آن θ نشان دهنده نرخ جایگزینی یا هموار کننده مصرف است که مصرف کننده را مخیر می‌کند تا بین مطلوبیت حاصل از مصرف حال و آینده خود تصمیم‌گیری کند و به عبارت دیگر، نشان دهنده کشش جانشینی مصرف، در دو نقطه زمانی خواهد بود.

با استفاده از معادله (۳۰)، می‌توان مقدار ذخیره سرمایه سرانه را به دست آورد و در مرحله بعد، با قرار دادن ذخیره سرمایه در تابع مذکور، تولید سرانه محاسبه می‌شود. برای به دست آوردن مصرف سرانه نیز با توجه به اینکه در تعادل، $\frac{dk}{dt}$ صفر است، از معادله دوم استفاده می‌شود. پس انداز سرانه نیز از تفاوت بین تولید و مصرف سرانه، به دست می‌آید.

در این مرحله، مسیر بهینه متغیرهای مصرف، سرمایه‌گذاری و موجودی سرمایه در قالب الگوی رمزی برای اقتصاد ایران و با استفاده از نرم افزار MATLAB استخراج شده است. الگوی رمزی مبتنی بر اصول بهینه‌یابی متعارف خرد بوده و در بسیاری از پژوهش‌های اقتصادی، به عنوان یک نظریه مرجع مدنظر قرار می‌گیرد.

کالیبره کردن الگوهای بهینه‌یابی با تخمین الگوهای اقتصادسنجی از نظر تحلیل تفاوت اساسی دارد. در تخمین الگوهای اقتصاد سنجی، محقق با استفاده از اطلاعات آماری متغیرها به برآورد پارامترهای الگو می‌پردازد. به عبارت دیگر، متغیرهای الگو به عنوان برونا و پارامترهای الگو به عنوان درونزا مطرح است؛ لیکن در کالیبره کردن الگوهای بهینه‌یابی، مقدار عددی پارامترها به صورت برونا وارد الگو می‌شود.

به منظور تصریح الگوی رمزی در نرم افزار MATLAB ابتدا می‌بایست پارامترهای این الگو به صورت داده شده، وارد الگو شوند. جدول (۱) شامل مقادیر عددی پارامترهای الگوی مورد نظر است که پایه آن، به منظور نیل به هدف پژوهش در تعیین مسیرهای بهینه در اقتصاد ایران، الگوی مذبور کالیبره خواهد شد.

جدول ۱. پارامترهای کالیبره شده اقتصاد ایران در الگوی رمزی و لیبسون

نام پارامتر	نشانه	معیار کالیبره کردن	مقدار عددی آن
نرخ ترجیح زمانی	ρ	مطالعه شاهمرادی و همکاران (۱۳۸۹)	۰/۰۴
نرخ استهلاک	δ	سالنامه آماری سال ۱۳۸۶	۰/۱۰
رشد جمعیت	n	سالنامه آماری سال ۱۳۸۶	۰/۰۲
عامل تنزیل ذهنی سالانه مصرف کننده	β	مطالعه شاهمرادی و همکاران (۱۳۸۹)	۰/۹۶۲
کشش تولید سرمایه	α	مطالعه دلای اصفهانی	۰/۵
معکوس کشش جانشینی بین دوره ای مصرف	θ	پایان نامه مصطفی کریم زاده (۱۳۸۹)	۰/۶۲

مأخذ: یافته‌های پژوهش

مقادیر این پارامترها، به دو روش به صورت بروزرا وارد می‌شوند: استفاده از آمارهای منتشر شده توسط مراکز آماری، و استفاده از مطالعات تجربی دیگران: پارامتر مورد نظر ممکن است در قالب یک مطالعه اقتصاد سنجی یا سایر روش‌ها توسط محقق دیگری برآورده شده باشد.

شکل‌های مربوط به مسیر بهینه متغیرها در زیر نشان داده است.

جدول ۱-۲. اثر ترجیح زمانی بر رشد اقتصادی در حالت وجود تعهد کامل و عدم تعهد

۶	۵	۴	۳	۲	۱		
۰/۵۰	۰/۵۰	۰/۵۰	۰/۷۵	۰/۷۵	۰/۷۵	(α)	کشش تولیدی سرمایه
۰/۱	۰/۲	۰/۵	۰/۱	۰/۲	۰/۵	$b = \Phi'(0)$	نرخ لحظه‌ای ترجیح زمانی
۰/۰۴۴۲	۰/۰۴۹۳	۰/۰۷۱۷	۰/۰۴۴۲	۰/۰۴۹۳	۰/۰۷۱۷	λ	نرخ مؤثر ترجیح زمانی
۰/۰۹۸۱۱۴۴	۰/۱۰۲	۰/۱۰۲۵	۰/۳۰	۰/۴۰	۰/۴۴۴۸	$(k_{\infty}^* - k_0)/k_0^*$	
۰/۰۰۵۶	۰/۰۵۹۱	۰/۰۵۹۱۷	۰/۲۱	۰/۲۹۱	۰/۳۲۵	$(c_{\infty}^* - c_0)/c_0^*$	
۰/۰۴۸۹	۰/۰۵۰	۰/۰۵۱	۰/۲۲۱	۰/۲۹۳	۰/۳۲۲	$y_{\infty}^* - y_0/y_0$	

منبع: یافته‌های پژوهش

در این الگو، فرض می‌شود که در تمام موارد، ارزش ρ (ترجیح زمانی) برابر با $0/۰۴$ ؛ δ (نرخ استهلاک) برابر با $۰/۱$ ؛ n (نرخ رشد جمعیت) برابر با $0/02$ و x نرخ پیشرفت تکنولوژی برابر با $0/02$ است.تابع تولید در نظر گرفته شده کاب- داگلاس $y = k^{\alpha}$ است؛ که α (کشش تولید سرمایه) است که، هم می‌تواند $0/75$ و هم، می‌تواند $0/50$ فرض شود.

وجود $0/75 = \alpha$ و ارزش $0/50 = \Phi'(0)$ ، دلالت بر نرخ لحظه‌ای بسیار بالا برای ترجیح زمانی در کوتاه مدت دارد. نرخ مؤثر ترجیح زمانی در صورت عدم وجود تعهد، برابر با $0/0717$ بوده که نسبت به حالت تعهد کامل، بسیار بالا است. و ارزش C^* ، K^* و y^* در حالت پایا و تحت شرایط تعهد کامل به ترتیب، برابر با ۴۴ درصد، ۳۲ درصد و $۳۲/۲$ درصد می‌باشد که بالاتر از مقدار مشابه آن در شرایط عدم وجود تعهد است.

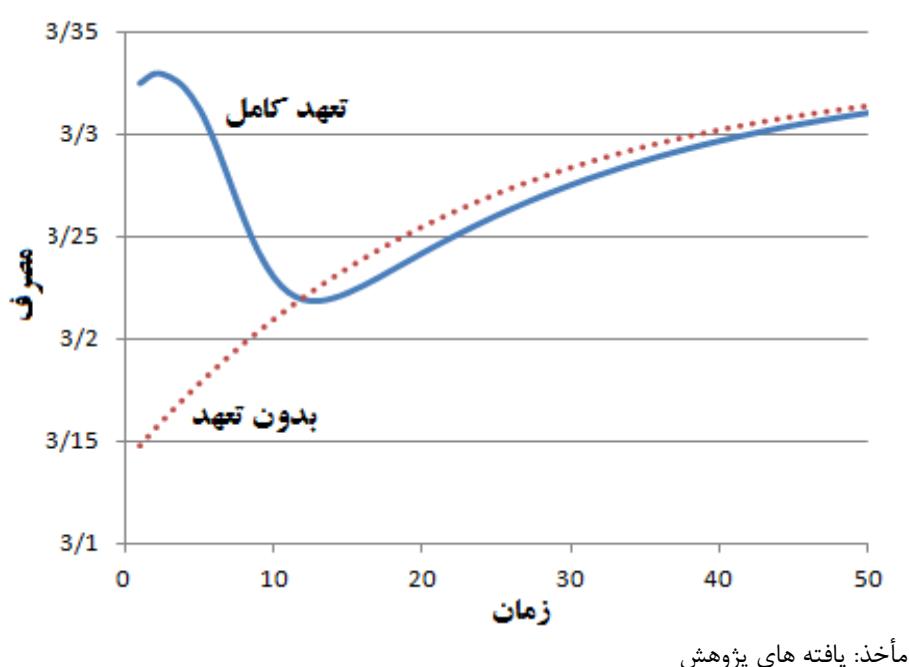
در ستون دوم از جدول شماره (۱-۲) که در آن، کشش تولید سرمایه برابر با $۰/۷۵$ و نرخ لحظه‌ای ترجیح زمانی برابر با $۰/۰۲$ است، در این حالت، نرخ مؤثر ترجیح زمانی برابر با $۰/۰۴۹۳$ است. وجود تعهد کامل منجر به افزایش k^* ، C^* و y^* به ترتیب، برابر با $۰/۴۴۴۸$ ، $۰/۰۵۹۱$ و $۰/۰۴۹۳$ درصد بالاتر از ارزش آنها در حالت عدم وجود تعهد می‌شود.

در ستون سوم که در آن، نرخ لحظه‌ای ترجیح زمانی برابر با $۰/۱$ و کشش تولیدی سرمایه برابر با $۰/۰۷۵$ است، این واکنش نسبتاً کوچک‌تر است. پس، اگر سرعت کاهش برای $(t)^{\Phi'}$ ، برای هر سال برابر $0/50 = \gamma$ باشد، ارزش توانایی تعهد در صورتی که نرخ لحظه‌ای ترجیح زمانی به طور

چشم‌گیری در کوتاه مدت بالا باشد، مهم و معنادار است. حتی اگر ارزش نرخ لحظه‌ای ترجیح زمانی بالاتر از مقدار ۰/۲۰ در هر سال باشد، ارزش کوچکتری را برای تعهد ایجاد می‌کند. در این ستون نرخ مؤثر ترجیح زمانی برابر با ۰/۰۴۴۲ بوده که نسبت به حالت‌های قبل کاهش یافته و ارزش k^* , c^* و y^* به ترتیب، برابر با ۲۱/۲۲، ۳۰ و ۲۱/۲۲ درصد است.

ستون چهارم تا ششم جدول، نتایج حاصل از برابری کشش تولیدی سرمایه ۵/۰ و نرخ لحظه‌ای ترجیح زمانی برابر با ۵/۰ به دست می‌آید. اثر وجود تعهد بر k^* , c^* و y^* بسیار کمتر از قبل است. برای مثال، در ستون ۴، این افزایش برای k^* , c^* و y^* به ترتیب، ۱۰ درصد، ۵/۹ درصد و ۵ درصد در مقایسه با ۴۴ درصد، ۳۲/۲ درصد در ستون اول بوده است. علاوه بر این، در ستون پنجم جدول، ارزش b برابر با ۰/۲۰ بوده است. اثر وجود تعهد بر k^* , c^* و y^* برابر با ۱۰ درصد، ۵/۱ درصد و ۵ درصد بوده است که نسبت به ستون‌های قبلی، مقادیر کمتری را نشان می‌دهد. در ادامه به بررسی مسیر بهینه متغیرهای مصرف، سرمایه‌گذاری، موجودی سرمایه، رشد اقتصادی و مطلوبیت در حالت وجود تعهد و عدم وجود تعهد پرداخته شده است.

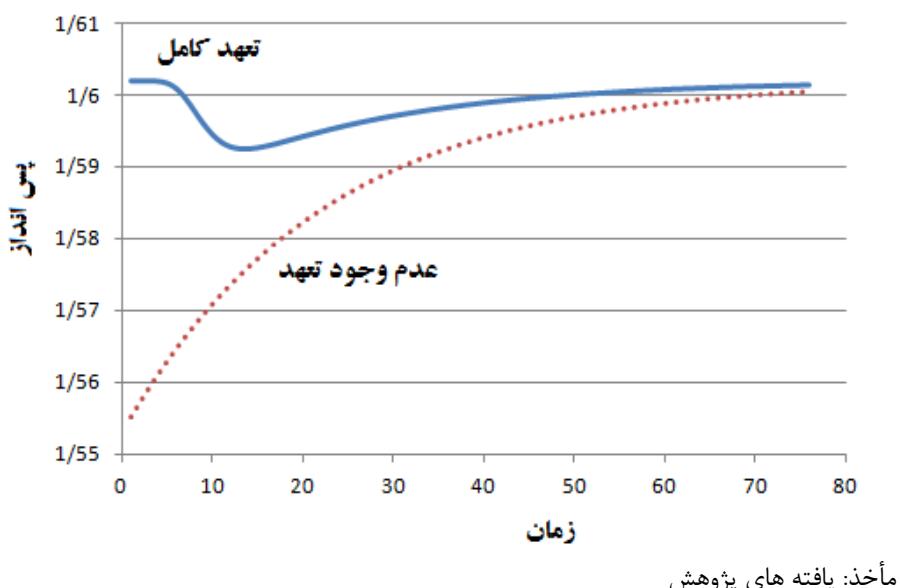
شکل ۱. مسیر بهینه مصرف در حالت وجود تعهد و عدم وجود تعهد



در شکل (۱)، مصرف در زمان صفر در حالت وجود تعهد کامل، بیشتر از مصرف در حالت عدم وجود تعهد است. بعد از تقریباً ۱۳ سال، مسیر مصرف در حالت وجود تعهد کامل، با مسیر مصرف در حالت عدم وجود تعهد برابر می‌گردد. سپس مسیر مصرف در حالت عدم وجود تعهد شده و این روند تا سال ۵۰ ام ادامه داشته که در طی این مسیر، اختلاف آنها کاهش می‌باید. در نهایت نیز بعد از سال ۵۰ ام، مسیر مصرف در حالت تعهد با مسیر مصرف در حالت عدم تعهد، همگرا می‌شود.

همان طور که در شکل (۲) نشان داده شده، پس انداز در زمان صفر در حالت وجود تعهد کامل، بیشتر از سرمایه گذاری در حالت عدم وجود تعهد است. در طی زمان، مسیر سرمایه گذاری در حالت وجود تعهد کامل با مسیر سرمایه گذاری در حالت عدم وجود تعهد، برابر می‌گردد. سپس مسیر سرمایه گذاری در حالت تعهد با مسیر سرمایه گذاری در حالت عدم تعهد، همگرا می‌شود.

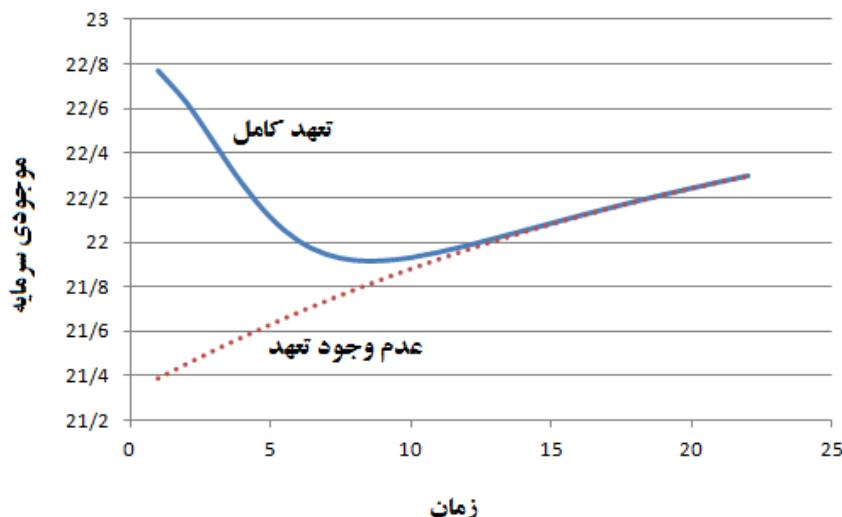
شکل ۲. مسیر بهینه پس انداز در حالت وجود تعهد و عدم وجود تعهد



همان طور که در شکل (۳) نشان داده شده، موجودی سرمایه در زمان صفر در حالت وجود تعهد کامل، بیشتر از موجودی سرمایه در حالت عدم وجود تعهد است. بعد از ۱۲ سال، مسیر موجودی سرمایه در حالت وجود تعهد کامل با مسیر موجودی سرمایه در حالت عدم وجود تعهد، برابر می‌گردد.

سپس مسیر موجودی سرمایه در حالت تعهد با مسیر موجودی سرمایه در حالت عدم تعهد، همگرا می‌شود.

شکل ۳. مسیر بهینه موجودی سرمایه در حالت وجود تعهد و عدم وجود تعهد



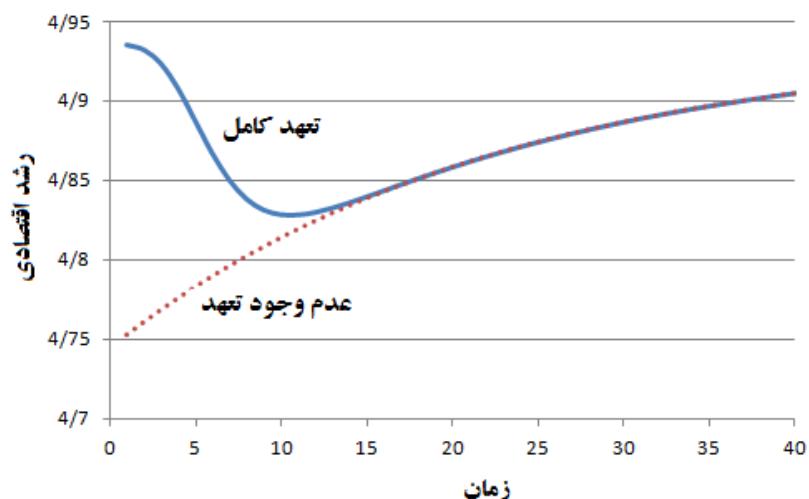
مأخذ: یافته‌های پژوهش

نتایج فوق نشان می‌دهد که مسیر متغیرهای مصرف، سرمایه گذاری و موجودی سرمایه در طی سال‌های اولیه در صورت وجود تعهد و عدم وجود تعهد، متفاوت است. اما پس از چندین سال، مسیر متغیرهای مصرف، پس انداز و موجودی سرمایه در حالت وجود تعهد و عدم وجود تعهد، همگرا شده است.

در ادامه، به بررسی اثر ترجیح زمانی بر رشد اقتصادی در حالت وجود تعهد و عدم وجود تعهد پرداخته می‌شود.

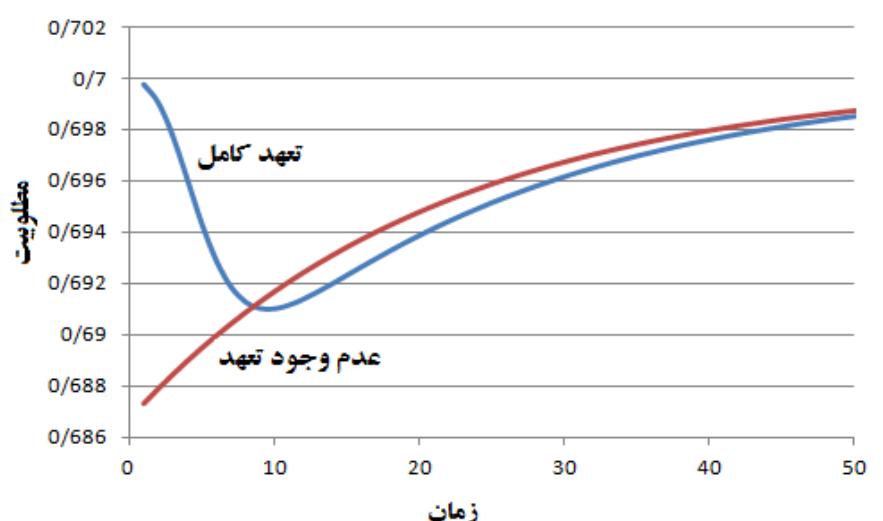
همان طور که در شکل (۴) نشان داده شده، رشد اقتصادی در زمان صفر در حالت وجود تعهد کامل، بیشتر از رشد اقتصادی در حالت عدم وجود تعهد است، اما همواره فاصله بین این دو مسیر در حال کاهش است. بعد از گذشت ۱۳ سال، مسیر رشد اقتصادی در حالت وجود تعهد کامل با مسیر رشد اقتصادی در حالت عدم وجود تعهد، برابر و پس از آن مسیر رشد اقتصادی در حالت تعهد با رشد اقتصادی در حالت عدم تعهد، همگرا می‌شود.

شکل ۴. مسیر بهینه رشد اقتصادی در صورت وجود تعهد و عدم وجود تعهد



مأخذ: یافته های پژوهش

شکل ۵. مسیر بهینه مطلوبیت در حالت تعهد کامل و عدم وجود تعهد



مأخذ: یافته های پژوهش

شکل (۵) مطلوبیت را در حالت تعهد و عدم تعهد نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل نشان داده شده، مطلوبیت در حالت تعهد کامل، بیشتر از عدم وجود تعهد است. تا اینکه در دوره نهم، تعهد کامل با عدم وجود تعهد با هم برابر می‌شود. و در ادامه مطلوبیت در حالت عدم تعهد بالاتر از مطلوبیت در حالت عدم وجود تعهد است. و در دوره ۵۰ ام تعهد جزئی با شرایط عدم تعهد با یکدیگر برابر می‌شوند.

۱-۳-۱ - تعهد جزئی

در جدول ۲ و جدول ۳ تأثیر تعهد جزئی مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. ارزش تعهد جزئی را می‌توان به شیوه‌ای مشابه با تعهد کامل به دست آورد. در ستون یک در جدول (۲) با فرض ارزش پارامتر $\alpha = 0.75$ و $(0) = \Phi'(b)$ نشان می‌دهد که در حالت تعهد جزئی که $T = 1$ است، نرخ مؤثر ترجیح زمانی برابر با 0.28 است. در حالت تعهد کامل بیشتر است و هر چه که T افزایش یابد، فاصله بین تعهد کامل و تعهد جزئی کمتر می‌شود. در جدول ۳ تعهد جزئی را هنگامی که $T = 5$ است، نشان می‌دهد. در این جدول، مشاهده می‌شود که نرخ مؤثر ترجیح زمانی برابر با 0.0208 که این ارزش با ارزش تعهد کامل، برابر است.

همان‌گونه که در ستون یک جدول (۱) مشاهده می‌شود، مصرف در حالت وجود تعهد جزئی $T = 1$ برابر با 0.188 است که نسبت حالت عدم وجود تعهد مصرف افزایش می‌یابد. در عمل ارزش $T = 5$ بسیار نزدیک به نتایج $\infty = T^5 = 0.050$ است. با نرخ $\gamma = 0.05$ به ازای هر سال $\Phi'(T)$ توانایی برای تعهد ۵ سال تقریباً معادل با توانایی تعهد برای همیشه است.

جدول ۲. ارزش پارامترهای مصرف و پس انداز و درآمد در حالت تعهد جزئی $T = 1$

(۶)	(۵)	(۴)	(۳)	(۲)	(۱)	
α	α	α	0.75	0.75	0.75	α
0.10	0.20	0.50	0.10	0.20	0.50	$b = \Phi'(\cdot)$
0.213	0.227	0.281	0.213	0.227	0.281	λ_1
0.1489	0.17	0.28	0.4674	0.497	0.65	$(k_i^* - k_i^*)/k_i^*$
0.00475	0.002471	0.0160	0.0040	0.00168	0.0188	$(c_i^* - c_i^*)/c_i^*$
0.00706	0.00168	0.019	0.05334	0.033	0.049	$(y_i^* - y_i^*)/y_i^*$

مأخذ: یافته‌های محقق

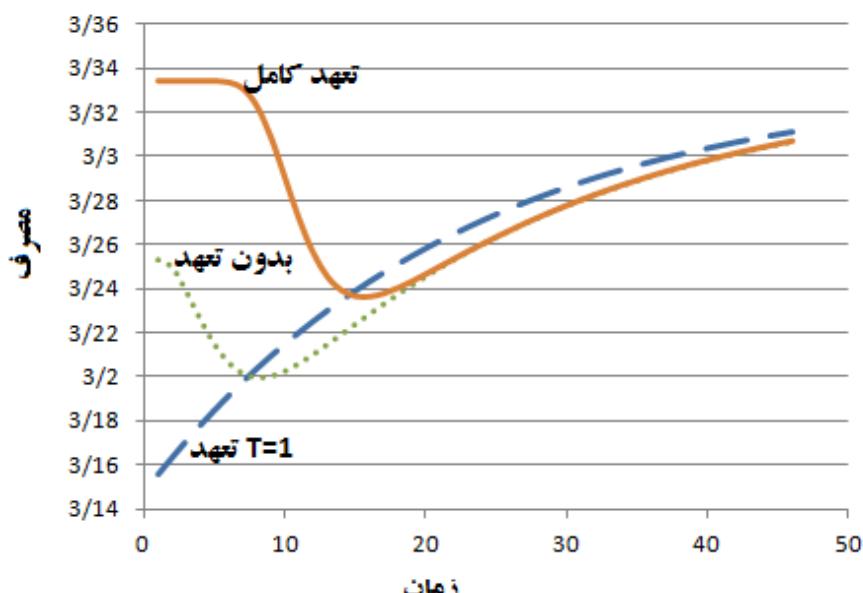
جدول ۳. ارزش پارامترهای مصرف و پس انداز و موجودی سرمایه در حالت تعهد جزئی

$T = 5$

(۶)	(۵)	(۴)	(۳)	(۲)	(۱)	
۰/۵	۰/۵	۰/۵	۰/۷۵	۰/۷۵	۰/۷۵	α
۰/۱۰	۰/۲	۰/۵۰	۰/۱۰	۰/۲۰	۰/۵۰	$b = \Phi'(0)$
۰/۰۲۰۲	۰/۰۲۰۳	۰/۰۲۰۸	۰/۰۲۰۲	۰/۰۲۰۳	۰/۰۲۰۸	λ_5
۰/۰۱۴۲۲۸۷	۰/۰۲۶۷۹۱	۰/۰۵۴۸۹	۰/۳۰۰	۰/۴۰	۰/۴۴۸	$(k_5^* - k_0^*)/k_0^*$
۰/۰۰۰۷۱۸	۰/۰۰۸۷۳۳	۰/۰۲۷۴	۰/۲۱۰	۰/۲۹۱۸	۰/۳۲۵	$(c_5^* - c_0^*)/c_0^*$
۰/۰۰۷۲۶۱	۰/۰۱۳۵	۰/۰۲۷۶۲۷	۰/۲۲۱	۰/۲۹۱	۰/۳۲۲۷	$(y_5^* - y_0^*)/y_0^*$

مأخذ: یافته‌های محقق

شکل ۶. مسیر مصرف در حالت عدم وجود تعهد، وجود تعهد و در حالت تعهد جزئی



مأخذ: یافته‌های پژوهش

شکل (۶) مسیر کامل $C(T)$ را به ازای $T = 1$ نشان می‌دهد. ابتدا مسیر تعهد کامل بالاتر از ارزش بدون تعهد است و مسیر تعهد جزئی پایین‌تر از همه آنها قرار دارد. در دوره ۹ تعهد جزئی با

ارزش بدون تعهد برابر می‌شود. در دوره ۱۸ تعهد جزئی و تعهد کامل با هم برابر می‌شود؛ و بالاتر از ارزش بدون تعهد قرار دارد تا اینکه در بلند مدت هر سه با هم همگرا می‌شوند.

۴ جمع بندی و ارائه پیشنهادها

با توجه به آنچه گفته شد، ترجیح زمانی که تنزیل مطلوبیت نیز نامیده می‌شود، مقیاسی برای مقایسه میزان اهمیت مطلوبیت فعلی به مطلوبیت آتی است. بنابراین تفسیر ترجیح زمانی بدین ترتیب است که هرچه ترجیح زمانی بزرگ‌تر باشد، نشان دهنده اعمال وزن کمتر برای مطلوبیت نسل‌های آتی نسبت به نسل فعلی است. به عبارت دیگر، ترجیح زمانی نشان دهنده بی‌صبری یا نزدیک بینی نسل فعلی است. یکی از پایه‌های تبیین مدل رفتاری اقتصاد کلان شامل مدل‌های رشد نئوکلاسیک می‌باشد، که بر این فرض استوار هستند که خانوارها دارای نرخ ثابت ترجیح زمانی هستند. دلیل قانع کننده‌ای برای این فرض وجود ندارد. نرخ متغیر ترجیح زمانی باعث می‌شود که خواص اصلی مدل‌های رشد نئوکلاسیک تغییر نکند. مصرف بستگی به نرخ مؤثر ترجیح زمانی دارد. که در اینجا نرخ مؤثر ترجیح زمانی، میانگین وزنی نرخ لحظه‌ای آینده است. در صورت وجود لگاریتم مطلوبیت، این وزن ثابت است. بنابراین، در این حالت، الگوهای توسعه یافته به طور مشابه با الگو استاندارد می‌باشد. در صورت وجود تابع مطلوبیت به صورت عمومی، نتایج جدیدی به وجود می‌آید که شامل تعامل پویا، بین نرخ بهره و نرخ مؤثر ترجیح زمانی می‌باشد.

با وجود این تشابه در شکل، نرخ متغیر ترجیح زمانی می‌تواند پیامدهای تاحدی مهم برای پس انداز و رشد اقتصادی داشته باشد. این اثرات مشابه با آن چیزی است که از تفاوت نرخ ترجیح زمانی در مدل استاندارد حاصل شده است. همچنین پیامدهای بالقوه مهمی برای رفاه اقتصادی دارد. زیرا نتایج تعادلی در حالت عدم وجود تعهد، می‌تواند تا حد زیادی متفاوت از آن چیزی باشد که به وجود می‌آیند، اگر خانوارها قادر باشند آن چیزی که در آینده می‌خواهند مصرف کنند، متعهد شوند. همان‌گونه که نشان داده شد در صورتی $b=0/50$ باشد، در این حالت موجودی سرمایه و پس انداز، اختلاف بسیار زیادی با مقدار موجودی سرمایه در حالت تعهد کامل دارد؛ و اگر $b=0/10$ باشد، در این حالت نرخ مؤثر ترجیح زمانی تقریباً معادل با نرخ ترجیح زمانی ثابت است. و مصرف، پس انداز و موجودی سرمایه تقریباً معادل با حالت تعهد کامل هستند.

از نکات مثبت، مهم‌ترین پیش‌بینی‌های اقتصاد کلان شامل رابطه بین فناوری تعهد و تمایل به پس انداز می‌باشد. اقتصادهایی که در بلند مدت نرخ مؤثر ترجیح زمانی کمتری دارند، ظرفیت بیشتری برای مصرف در آینده دارند. و به موجب آن، در حالت پایا دارای پس انداز و موجودی سرمایه بیشتری

می باشند. با این حال، اثرات کوتاه مدت تکنولوژی تعهد در جهت مخالف آن است. اگر فناوری تعهد بهبود یابد، پس انداز و موجودی سرمایه، برای مدت کوتاهی تمایل به کاهش دارند.

تنزیل آینده یک بی خردی محض است و از کوچک بینی و نقص در دیدگاه ناشی می شود و باعث کاهش پس انداز می گردد. همچنین در یک افق بین نسلی، تنزیل مطلوبیت نسل های آینده، یک عمل خلاف اخلاق است و باعث افول عدالت بین نسلی می شود که نتیجه آن، کاهش رشد اقتصادی است. بنابراین می توان نتیجه گرفت که هرچه عدالت بیشتر باشد، می تواند رشد اقتصادی بالاتری را به همراه بیاورد.

یافته های اصلی پژوهش نشان داد که نرخ ترجیح زمانی باعث تنزیل رفاه آیندگان می شود که از جنبه اخلاقی غیر قابل دفاع است، زیرا باعث تخصیص منابع به زیان آیندگان می شود و مقدار پس انداز را کاهش می دهد. چنانچه نسل های حاضر رفاه آیندگان را تنزیل کنند، سهم آنها را در منابع کاهش داده اند. این امر نوعی بی عدالتی بین نسلی، و از جنبه اخلاقی نکوهیده است. در هر نرخ بهره مشیت، خانوار می باید مصرف را به سطحی که در آن، مطلوبیت نهایی مصرف فعلی بی نهای است، به منظور پس انداز برای آینده کاهش دهند. البته، در مورد سال های آینده، و نسل های آینده، تا زمانی که درآمد افزایش یابد، مطلوبیت نهایی مصرف (هنگامی که مصرف برابر درآمد باشد)، به صفر کاهش می یابد و یا معادل آن سرمایه زیادی وجود دارد که حدود نرخ بهره که مثبت است. می توان نتیجه گیری کرد که استدلال ترجیح زمانی صفر، قطعاً می تواند مبنای مناسبی برای سیاست های ملی باشد.

منابع و مأخذ

بخشی دستجردی، رسول (۱۳۸۳) بررسی آثار و ریشه‌های نرخ بهره با تأکید بر نظریه بهره حیاتی ساموئلسون در چارچوب الگوی نسل‌های تداخلی؛ پایان نامه دکتری رشته علوم اقتصادی به راهنمایی رحیم دلالی اصفهانی، دانشگاه اصفهان.

بخشی دستجردی، رسول و دلالی اصفهانی، رحیم (۱۳۸۳) درآمدی بر ریشه‌های ذهنی ایجاد بهره از نظر بوم باور ک (یک دیدگاه انتقادی)؛ فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی، دانشگاه تربیت مدرس، سال چهارم، شماره سیزدهم: ۹۵-۱۱۱.

بخشی دستجردی، رسول (۱۳۹۰) بررسی اثر عدالت بین زمانی بر رشد اقتصادی با تأکید بر نقش ارجحیت زمانی- مطالعه موردی: اقتصاد ایران؛ فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی، شماره اول. دلالی اصفهانی، رحیم (۱۳۸۱) مقدمه ای بر نظریه پس انداز رمزی؛ مجله دانشکده علوم اداری و اقتصاد دانشگاه اصفهان، سال چهاردهم، پاییز و زمستان، شماره پیاپی ۲۶.

دلای اصفهانی، رحیم؛ بخشی دستجردی، رسول و حسینی، جعفر (۱۳۸۷) بررسی نظری و تجربی نرخ ترجیح زمانی- مطالعه موردی: اقتصاد ایران (سال‌های ۱۳۵۱-۱۳۸۹)؛ مجله علمی- پژوهشی دانش و توسعه، ۱۵(۲۵).

- Bakhshi Dastjerdi, R. and Dalali Isfahani, R. (2011) Equity and Economic Growth, A Theoretical and Empirical Study; MENA zone, Economic Modeling.
- Barro, Robert, J. (2000) Ramsey meets laibson in the Neoclassical Growth model; The Quarterly Journal of Economic, Vol. 114, No. 4: 1125-52.
- Laibson, David (1997a) Golden Eggs and Hyperbolic Discounting; Quarterly Journal of Economics, May CXII: 443-447.
- Laibson, David (1997b) Hyperbolic Discount Functions and Time Preference Heterogeneity; unpublished, Harvard University.
- Liqun, Liu (2012) Inferring the rate of Pure Time Preference under Uncertainty; Ecological Economics, Volume 74, 27-33.
- Ramsey, F.P. (1928) A Mathematical Theory of saving; economic Journal, Vol. 38: 543-59.
- Shane F. (2002) Time discounting and Time Preference: A Critical Review; Massachusetts Institute of Technology Sloan School of Management, Vol. 28: 694-700.
- Shane F., George Loewenstein and Ted O'Donoghue (2002) Time Discounting and Time Preference: A Critical Review; Jurnal of Economic Literatuere, Vol. XL: 351-401.