فصلنامه پژوهشهای اقتصادی ـ سال دهم ـ شماره دوم ـ تابستان ۱۳۸۹ ـ صفحات ۶۰-۴۳

توسعه نظریه مارکوویتز ـ شارپ و مرزکارای جدید
مطالعه موردی : شرکت های سیمانی بورس تهران[۱]

فرهاد ثوابی اصل[۲]
حمید شهرستانی[۳]
بیژن بیدآباد[۴]

تاریخ دریافت: ۸۸/۳/۵ **تاریخ پذیرش:** ۸۸/۱۲/۱۶

چکیده

الگوی مارکوویتز در تعیین سهم هر یک از سهام در سبد دارایی، بر مبنای انتخاب بهینه سهام جهت حداکثر نمودن درآمد انتظاری سبد استوار می باشد.

از طرفی، تنها به دلیل توجه ویژه به مفهوم ریسک کل به مرز کارآیی دست می یابد که مسلماً سهم بخش ریسک غیر سیستماتیک آن که بازار برای آن پاداشی را در نظر نمی گیرد، الزاماً در سطح حداقل خود نمی باشد.

از طرف دیگر، الگوی پیشنهادی شارپ با برخی مفروضات ساده کننده به مرز کارای جدیدی دست می یابد که اگرچه درآن، به مفهوم ریسک سیستماتیک توجه شده است، اما ضعف اساسی آن، به کارگیری پرتفولیوی بازار توسط سرمایه گذاران هنگام سرمایه گذاری می باشد.

در این مقاله، از طریق ترکیب نظریات مارکوویتز و شارپ و پیشنهاد مدلی جدید، الگوی جامع‌تری را معرفی می نماییم که نه تنها نسبت به مرز سنتی مارکوویتز کاراتر بوده، بلکه ضعف موجود در الگوی پیشنهادی شارپ را برطرف می نماید.

برتری نظریه پیشنهادی نسبت به مدل سنتی مارکوویتز و شارپ به لحاظ نظری، از طریق توجه به ریسک غیر سیستماتیک و حذف برخی مفروضات مدل سنتی شارپ و در انتها از طریق عملی با یافتن سبد بهینه سهام شرکت های بزرگ سیمان بورس تهران تایید می گردد.

واژگان‌کلیدی : خط بازار سرمایه، مرز کارای میانگین، واریانس جدید، مدل قیمت گذاری دارایی‌های سرمایه ای، ریسک سیستماتیک، ریسک غیر سیستماتیک

طبقه بندی JEL: C32 , C61 , G14 , G32 , D81

---

۱. مقاله حاضر مستخرج از رساله دوره دکتری علوم اقتصادی با عنوان فوق و نگارش فرهاد ثوابی اصل و با راهنمایی دکتر حمید شهرستانی و مشاوره دکتر بیژن بید آباد– دکتر فرهاد حنیفی (تابستان ۱۳۸۷) دردانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم تحقیقات می باشد.

۲. دانشجوی دکتری علوم اقتصادی دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم تحقیقات

۳. دانشیار اقتصاد و عضو هیأت علمی دانشگاه آزاد اسلامی- واحد علوم و تحقیقات

٤. عضو هیأت علمی موسسه تحقیقات پولی و بانکی

[Downloaded from ecor.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.17356768.1389.10.2.2.5]

۱. مقدمه

مدل قیمت گذاری دارایی‌های سرمایه ای (CAPM) [۱]، توسعه مدل هری مارکوویتز [۲] از زاویه ای خاص و اولین نظریه درباب قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای، ارائه شده توسط شارپ و لینتنر [۳] می باشد. درواقع مطالعه نظریه" انتخاب پرتفولیو"[۴] مربوط به مارکوویتز، درخصوص نحوه ارتباط بین ریسک و بازدهی که اولین بار درسال ۱۹۵۲ میلادی منتشر شده بود، به همراه نسخه به روز درآمده آن درسال ۱۹۵۹میلادی توسط شارپ، زمینه را برای ظهور اولین نظریه درباب قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای فراهم نمود.

شارپ از طریق اختیار نمودن پاره ای از مفروضات موفق گردید، مرزکارای غیرخطی مارکوویتز را توسعه داده و آن را تبدیل به مرز کارای خطی نماید، که این مرز خطی درادبیات مالی، به خط بازار سرمایه (CML)[۵] معروف می باشد.

فرض اساسی درارتباط با مدل (CAPM) همانا فرض وجود سبد فراگیر بازار[۶] می باشد. فرضی که توسط تعدادی از محققان مالی از جمله رول،[۷] مردود شناخته شده است.

در واقع، وجود چنین فرضی به ما این امکان را می داد که بتوانیم حداکثر مقدار را برای نسبت شارپ[۸]، و یا همانا حداکثر پاداش به ازاء هر واحد از ریسک سیستماتیک بازار را استخراج نماییم. تحت شرایط یاد شده، سرمایه گذار قادر بود با اختیار ترکیبی دلخواه از سبد فراگیر بازار و یک دارایی بدون ریسک، با توجه به شکل منحنی های بی تفاوتی خود، در ارتباط با مقدار ریسک و بازدهی، همواره بریکی از نقاط واقع بر خط بازار سرمایه قرارگیرد. هرقدر سرمایه گذار، ریسک گریزتر باشد، تمایل به قرض دادن در او بیشتر و برعکس، هرقدر ریسک پذیرتر باشد، تمایل به وام گرفتن دراو بیشتر تقویت می گردد.

نکته مهم و قابل توجهی که در تحقیق حاضر باید به آن اشاره نمود آن است که آیا با استناد به مدل (CAPM) و لحاظ نمودن آن در مدل سنتی مارکوویتز، می‌توان بر نقایص موجود در مدل سنتی مارکوویتز و مدل پیشنهادی شارپ که به ترتیب عبارت بودند از توجه خاص به ریسک کل و به کارگیری پرتفولیوی بازار از سوی سرمایه گذاران در هنگام سرمایه گذاری، غلبه کرده و به مرز

1. Capital Asset pricing model (CAPM)
2. Harry Markowitz
3. Sharpe & Lintner
4. Portfolio selection
5. Capital Market line
6. Market portfolio
7. Roll
8. Sharpe Ratio

[Downloaded from ecor.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.17356768.1389.10.2.2.5]

کارای جدیدی دست یافت که علاوه بر کسب بیشترین مقدار بازدهی در یک سطح مشخص از ریسک کل پرتفولیو، دارای وضعیت کاربردی تر نسبت به مدل سنتی مارکوویتز باشد.

برمبنای تحلیل مطالب نظری، فرضیه ای را که درتحقیق حاضر با آن مواجه می باشیم، می توان به شرح زیر در نظرگرفت :

"الگوی پیشنهادی از عملکرد بهتری نسبت به الگوی سنتی مارکوویتز ـ شارپ برخوردار می باشد".

مقصود از عملکرد بهتر درفرضیه یادشده یعنی اثبات نظری و عملی این موضوع که همواره درهرسطح مشخص از ریسک درنظرگرفته شده برای مدل پیشنهادی و مدل سنتی، همواره بازده انتظاری مدل پیشنهادی بزرگتر یا مساوی با بازده انتظاری مدل سنتی می باشد. به عبارت دیگر، همواره مرزکارای مدل پیشنهادی بربالای مرزکارای سنتی درازاء هرسطح مشخص از بازده انتظاری برای پرتفولیوی در نظرگرفته شده، می باشد.

هدف این مقاله، عبارت است از تعمیم و ادغام نظریات مارکوویتز و شارپ به‌گونه ای که اولاً، تعداد تخمین های مدل مارکوویتز را کاهش داده و ثانیاً، از طریق ارائه یک مدل ریاضی، سرمایه گذاران را درامر انتخاب یک پرتفولیوی بهینه و یا همانا اختیار پرتفولیویی که سهم بخش زائد ریسک و یا دقیق‌تر، ریسک غیرسیستماتیک آن را که بازار برای آن حاضر به پرداخت پاداش نمی باشد، درهرسطح دلخواه ممکن، از ریسک کل پرتفولیو حداقل نماییم.

شایان ذکر است که در مقاله، از داده های ماهانه مربوط به E/P هرسهم به عنوان بازده سهم در دوره زمانی ۸۶-۱۳۷۹ مربوط به بورس اوراق بهادار تهران استفاده گردیده است.

در جهت بررسی فرضیه تحقیق و نیز تجزیه و تحلیل آماری داده ها و ترسیم نمودارها، از بسته های نرم افزاری(spss)[1] ,(Eeviews)[2] و نیز از بسته نرم افزاری (GAMS) [3] استفاده به عمل آمده است.

درادامه ساختار مقاله به شرح زیر ارائه می گردد:

پس از مقدمه در بخش ۲، مروری برادبیات موضوع، بخش ۳، ارائه مدل، بخش ۴، مبانی نظری برتری مدل پیشنهادی، بخش ۵، استخراج مرزکارای مدل پیشنهادی و سنتی و در بخش آخر نتیجه گیری و پیشنهادات.

1. Statistical Package for Social Science
2. Econometric views
3. General Algebrical Model Solution

[Downloaded from ecor.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.17356768.1389.10.2.2.5]

۲. مروری برادبیات موضوع

مدل (CAPM)، توسعه مدل مارکوویتز از زاویه ای خاص و اولین نظریه در باب قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای توسط شارپ و لینتنر می باشد.

نکته مهم و درخور توجه درارتباط با مدل (CAPM)، همانا فرض وجود سبد فراگیر بازار (Market portfolio) می باشد. در این مدل، فرض برآن است که این سبد نه تنها وجود داشته، بلکه قابل محاسبه نیز بوده و ضمناً برروی مرزکارای مارکوویتز واقع می باشد.

درواقع، وجود چنین فرضی به ما این امکان را می داد که بتوانیم حداکثر مقدار را برای نسبت شارپ استخراج نماییم.

نسبت شارپ یا شاخص شارپ[1] درادبیات مالی، طبق رابطه (۱-۲) به شرح زیرتعریف می گردد:

$$S = \frac{E\left[R_P - R_f\right]}{\sqrt{Var\left[R_P - R_f\right]}} = \frac{E\left[R_P - R_f\right]}{\sigma_p} \qquad (۲-۱)$$

چنانچه پرتفولیوی p درناحیه قابل دسترس مارکوویتز، که ناحیه ای متشکل از ترکیبات گوناگون داراییهای ریسکی با مقادیر ریسک و بازده انتظاری متناظر با خود می باشند، مطابق نمودار (۱-۲)، واقع شده باشد. (Fama & French, 1996)یک سرمایه گذار، قادر می باشد با برقراری فرض وام گیری و وام دادن دریک نرخ بهره بدون ریسک و فرض وجود دارایی غیرریسکی با بازدهی R_f، از طریق ترکیب سبد P با دارایی غیرریسکی یادشده، یک مرز کارای خطی همچون R_fP، را به وجود آوردکه شیب آن همانا مقدار به دست آمده از نسبت شارپ بوده، به طوری که این نسبت مقدار پاداش درنظرگرفته شده به ازاء هرواحد پذیرش ریسک سبد P را به نمایش می گذارد. (Kevin, 2006)

حال از آنجایی که سبد بازار برروی مرزکارای مارکوویتز واقع می باشد (Markowitz, 1987)، اولاً، دارای ماکزیمم مقدار برای نسبت شارپ بوده؛ ثانیاً، تمامی ریسک آن از نوع سیستماتیک می باشد و ثالثاً، برطبق مفروضات (CAPM) این پرتفولیو، پرتفولیوی تقاضا شده از سوی تمامی سرمایه گذاران می باشد (Fama & French, 2004)؛ لذا با توجه به توضیحات داده شده، نسبت یادشده دراین حالت، بیانگر حداکثر مقدار پاداش درنظرگرفته شده از سوی بازار درصورت اختیار نمودن این پرتفولیو از سوی سرمایه گذاران به ازاء پذیرش هرواحد از ریسک سیستماتیک آن می باشد.

بدین ترتیب یک سرمایه گذار قادر خواهد بود ازطریق ترکیبی دلخواه از سبد فراگیر بازار و یک

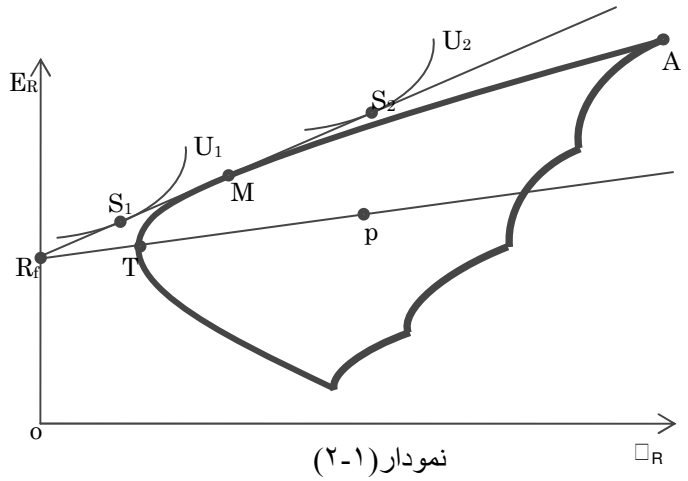
1. Sharpe Index

[Downloaded from ecor.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.17356768.1389.10.2.2.5]

دارایی بدون ریسک، با توجه به شکل منحنی های بی تفاوتی خـود در ارتبـاط بـا مقـدار ریسـک و بازدهی، همواره بریکی از نقاط واقع بر خط بازار سرمایه (CML) قرارگیرد.

مسلماً هرچه سرمایه گذار محتاط تر و یا اصـطلاحاً ریسـک گریزتـر[1] باشـد، تمایـل بـه اختیـار ترکیبهای واقع بین R_fM را داشته، درحالی کـه یـک سـرمایه گـذار بـا روحیـه تهـاجمی تـر و یـا اصطلاحاً ریسک پذیرتر[2]، تمایل به اختیار نمودن ترکیبهـای واقـع درامتـداد MK را از خـود بـروز خواهدداد. این امر، به ترتیب با منحنی های بی تفاوتی U_1 و U_2 به نمـایش گذاشـته شـده اسـت. نکته درخور توجه دیگر دراین تئوری همانا وجود رابطه خطی (۲-۲) به عنوان شـرایط لازم، مسـأله حداکثر سازی رابطه (۳-۲) می باشد؛ که درادبیات مالی به « خط بازارسهم » (SML) [3] معـروف می باشد (Rao, 1989)



نمودار(۱-۲)

$$E(R_i) = R_f + \beta_{im}\left[E(R_m) - R_f\right] \qquad (۲-۲)$$

$$Max\ S = \frac{E\left[R_p - R_s\right]}{\sigma_p} = \frac{E\left[R_p - R_f\right]}{\sqrt{Var\left[R_p - R_f\right]}} \qquad (۲-۳)$$

1. Risk averse
2. Risk seeker
3. Security market line

[Downloaded from ecor.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.17356768.1389.10.2.2.5]

$$S.to : (۱)\sum_{i=۱}^{n} \omega_{ip} = ۱$$
$$(۲)\omega_{ip} \geq o$$

مطابق نمودار (۱-۲) ماکزیمم مقدار نسبت شارپ در رابطه (۳-۲) زمانی اتفاق خواهد افتاد که پرتفولیو P، همانا پرتفولیوی بازار (M) باشد.

همچنین مطابق رابطه (۲-۲)، ملاحظه می گردد که متوسط بازده دارایی ریسکی i ام یک تابع خطی، از متوسط بازدهی بازار می باشد.

دراین رابطه داریم :

β_{iM} : معرف نسبت ریسک سیستماتیک دارایی i ام به ریسک بازار که ضمناً مقدار آن از رابطه زیر بدست می آید.

$$\beta_{iM} = \frac{\sigma_i}{\sigma_M}\rho_{iM}$$

همچنین دررابطه اخیر ρ_{iM} معرف ضریب همبستگی موجود بین بازدهی بازار و بازدهی دارایی ریسکی i ام و طبق فرض، مقدار آن درنامساوی مضاعف زیر صدق می نماید.

$$o \leq \rho_{iM} \leq ۱$$

اینک با ملاحظه رابطه (۲-۲) سؤال اصلی آن است که چنانچه یک سرمایه‌گذار، خواهان سرمایه‌گذاری درتعداد محدودی از سهام موجود درپرتفولیو M باشد، با توجه به این حقیقت که ممکن است دراین حالت بخشی از ریسک پرتفولیو از نوع غیرسیستماتیک می باشد، چگونه قادر است که میزان این بخش زائد از ریسک را درپرتفولیوی اختیار شده از سوی خود که بازار برای آن حاضر به پرداخت نمی باشد، کاهش دهد.

سؤال دیگری که می تواند مطرح باشد، آن است که آیا می توان ازطریق ارائه یک الگوریتم مناسب، سرمایه گذاران را درجهت به دست آوردن یک مرزکارا درشرایط پیش آمده با توجه به مسأله ریسک پذیری یا ریسک گریزی آنان یاری، رساند. به سؤالاتی از این قبیل درادامه مقاله پاسخ داده خواهد شد. دراین خصوص نیاز به ترکیب و ادغام نظریات شارپ و مارکوویتز را خواهیم داشت.

لازم به ذکر است که با عنایت به تحقیقات به عمل آمده، تحقیق و بررسی و پژوهش مشابه با آنچه که درمقاله حاضر به آن پرداخته شده، از سوی سایر محققان تاکنون به عمل نیامده است.

در واقع، سایر مطالعات تجربی و نظری انجام شده از سوی سایر محققان متمرکز بر رد یا اثبات نظریه (CAPM) دربازارهای مالی گوناگون بوده و براین اساس، مدلهای چند عاملی، خصوصاً مدل

[Downloaded from ecor.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.17356768.1389.10.2.2.5]

سه عاملی فاما – فرنچ قصد بازنمودن جای خود را درکتب مالی تعقیب می نمایند.

بخش دیگری از مطالعات، تست فرضیه های مربوط به (CAPM) را دنبال می نمایند، که این مسأله منجر به شکل گیری (DCAPM)۱ درادبیات مالی شده است؛ که دراین ارتباط، مـی تـوان به آخرین مطالعه انجام شده از سوی فریدون رهنمـای رودپشـتی و مجیـد زنجیـردار اشـاره نمـود (رهنمای رودپشتی و زنجیردار، ۱۳۸۷).

۳. ارائه مدل پیشنهادی

مطالب مطرح شده قبلی درخصوص نظریات شارپ و مارکوویتز به اختصار توضیح داده شد. در مدل پیشنهادی، سعی برآن است تا طریق وارد نمـودن مـدل قیمـت گـذاری دارایـی هـای سـرمایه ای منسوب به شارپ (CAMP) به مدل، نقایص موجود در مدل سـنتی مـارکوویتز و مـدل پیشـنهاد شده از سوی شارپ برطرف گردد؛ که بر ریسک کل و به کارگیری پرتفولیوی بازار از سوی سـرمایه گذاران در هنگام سرمایه گذاری غلبه نمود.

قبل از ورود به بحث اصلی، لازم است ابتدا شکل تجربی مدل (CAMP) را مورد ملاحظه قرار دهیم.

شکل تجربی مدل (CAMP) به صورت زیر می باشد.

$$R_{it} - R_f = \beta_{iM}\left(R_{Mt} - R_f\right) + \varepsilon_{it} \qquad (۳-۱)$$

به طوری که در آن:

R_{it} ، معرف بازده دارایی ریسکی i ام دردوره t؛

R_{Mt}، معرف بازده بازار دردوره t؛

ε_{it}، معرف جمله اختلال مربوط به دارایی ریسکی i ام دردوره t است.

درخصوص ε_i ها، از آنجایی که متغیرهای تصادفی می باشـند، فـرض بـرآن اسـت کـه تمـامی مفروضات رگرسیون بجز فرض برابری واریانس جملات اختلال برآنها حاکم می باشد.

در دنباله، بر اساس شکل تجربی مدل (CAMP) و با توجه به مفروضـات در نظرگرفتـه شـده برای متغیرهای تصادفی مورد اشاره، می توان پس از انجام محاسباتی نوشت (Kevin, 2006)

$$\sigma_{ij} = \beta_{iM}\beta_{jM}\sigma_M^2 + \sigma_{\varepsilon i \varepsilon j} \qquad i, j = 1,2,....,n \qquad (۳-۲)$$

1. Downside Capital Asset Pricing Model

[Downloaded from ecor.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.17356768.1389.10.2.2.5]

رابطه (۲-۳) را می توان به شرح زیر خلاصه نمود:

$$\sigma_{ij} = \beta_{iM}\beta_{iM}\sigma_M^2 \qquad i \neq j \qquad (۳-۳)$$

$$\sigma_i^2 = \beta_{iM}^2\sigma_M^2 + \sigma_{\varepsilon i}^2 \qquad i = j \qquad (۳-۴)$$

که در آن:

σ_{ij}، معرف کوواریانس بین نرخهای بازدهی کل دارایی i ام و j ام ؛

$\sigma_M^۲$، معرف واریانس نرخهای بازدهی بازار؛

$\sigma_{\varepsilon i\varepsilon j}$، معرف کوواریانس بین جملات اختلال ε_iام و ε_jام که طبق فرض برای $\sigma_{\varepsilon i}^۲$، معرف واریانس جمله اختلال ε_i ام؛

$i \neq j$ معادل صفر می باشد.

اینک با توجه به رابطه به دست آمده در رابطه (۲-۳) و با توجه به مدل (CAPM) می توان مدل برنامه ریزی غیر خطی مارکوویتز را به شرح زیر بازنویسی نمود:

$$MaxE(R_p) = \sum_{i=۱}^{n} \omega_i E(R_i) \qquad (۳-۵)$$

$$S.to: (۱) \sum_{i=۱}^{n} \omega_i^۲ \sigma_i^۲ + \sum_{\substack{i=۱ \\ i \neq j}}^{n} \sum_{i=۱}^{n} \omega_i \omega_j \sigma_{ij} = \sigma_p^۲$$

$$(۲) E(R_i) = R_f + \beta_{iM} (E(R_M) - R_f)$$

$$(۳) \sigma_{ij} = \beta_{iM} \beta_{jM} \sigma_M^۲ + \sigma_{\varepsilon i\varepsilon j}$$

$$(۴) \sum_{i=۱}^{n} \omega_i = ۱$$

$$(۵) \omega_i \geq o$$

در جهت ساده سازی رابطه (۵-۳) می دانیم که، طبق تعریف بتای پرتفولیوی p به صورت زیر می باشد:

$$\beta_p = \sum_{i=۱}^{n} \omega_i \beta_i$$

براساس تعریف فوق، می توان نوشت :

$$\beta_p^۲ = \left[\sum_{i=۱}^{n} \omega_i \beta_i\right]^۲ = (\omega_۱\beta_۱ + \omega_۲\beta_۲ + ... \omega_n\beta_n)^۲$$

[Downloaded from ecor.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.17356768.1389.10.2.2.5]

لذا داریم :

$$\beta_p^2 = \sum_{i=1}^{n} (\omega_i \beta_i)^2 + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n} \sum_{j=1}^{n} (\omega_i \beta_i)(\omega_j \beta_j) \qquad (۳-۶)$$

مجدداً روابط زیر را درنظرمی گیریم:

$$\sigma_p^2 = W^T Q W = \sum_{i=1}^{n} \omega_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n} \sum_{j=1}^{n} \omega_i \omega_j \sigma_{ij} \qquad (۳-۷)$$

$$\sigma_{ij} = \beta_{iM} \beta_{jM} \sigma_M^2 + \sigma_{\varepsilon i \varepsilon j} \qquad (۳-۸)$$

با جایگذاری عبارت (۸-۳) درعبارت (۷-۳) و نیز استفاده از رابطه (۶-۳) خواهیم داشت (Lewis, 1988)

$$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_M^2 + \sum_{i=1}^{n} \omega_i^2 \sigma_{\varepsilon i}^2 \qquad (۳-۹)$$

جمله اول سمت راست معادله (۹-۳) معرف آن بخش از ریسک کل پرتفولیوی p که ناشی از نوسان درفعالیت های اقتصادی بوده و دقیقاً همان ریسکی می‌باشد که بازار بابت آن حاضر به پرداخت پاداش می باشد؛ در حالی که جمله دوم همین رابطه، نشان دهنده ریسک غیرسیستماتیک بوده و ازطریق پرگونه‌سازی، قابل حذف بوده و به همین علت بازار برای آن پاداشی در نظر نمی‌گیرد (Lintner, 1965).

در دنباله، رابطه (۵-۳) را به شرح زیر مرتب می نماییم:

$$MaxE(R_p) = \sum_{i=1}^{n} \omega_i \left[R_f + \beta_{iM} (E(R_M) - R) \right]$$

[Downloaded from ecor.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.17356768.1389.10.2.2.5]

$$= \sum_{i=1}^{n}[\omega_i R_f + \omega_i \beta_{iM} E(R_M) - \omega_i \beta_{iM} R_f]$$
$$= \sum_{i=1}^{n} \omega_i R_f + \sum_{i=1}^{n} \omega_i \beta_{iM} E(R_M) - \sum_{i=1}^{n} \omega_i \beta_{iM} R_f$$
$$= R_f + E(R_M)\sum_{i=1}^{n} \omega_i \beta_{iM} - R_f \sum_{i=1}^{n} \omega_i \beta_{iM}$$
$$= R_f + \beta_p E(R_M) - \beta_p R_f$$
$$= R_f + \beta_p [E(R_M) - R_f]$$

طبق محاسبات انجام شده، رابطه (۱۰-۳) را به شرح زیر خواهیم داشت :

$$MaxE(R_p) = R_f + \beta_p [E(R_M) - R_f] \qquad (۳-۱۰)$$

اینک با درنظرگرفتن (۹-۳) و (۱۰-۳) ، رابطه (۵-۳) را می توان به شرح زیر باز نویسی کرد.

$$MaxE(R_p) = R_f + \beta_p [E(R_M) - R_f] \qquad (۳-۱۱)$$
$$S.to: (۱)\sigma_M^2 (\sum_{i=1}^{n} \omega_i \beta_i)^2 + \sum_{i=1}^{n} \omega_i^2 \sigma_{\varepsilon i}^2 = \sigma_p^2$$
$$(۲)\sum_{i=1}^{n} \omega_i = ۱$$
$$(۳)\omega_i \geq o$$

از آنجایی که درعبارت (۱۱-۳)، مقادیر $E(R_M), R_f$ ثابت می باشند، این عبارت هنگامی مقدار حداکثر خود را اختیار خواهد نمودکه، β_p درمقدار حداکثر قرارگیرد.

۴. مبانی نظری برتری مدل پیشنهادی

مطابق مطالب ارائه شده در بخشهای پیشین، ملاحظه گردید که مدل ریاضی الگوی سنتی مارکوویتز و مدل پیشنهادی به ترتیب به شرح ذیل می باشند:

[Downloaded from ecor.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.17356768.1389.10.2.2.5]

الف) مدل سنتی مارکوویتز

$$Max\, E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} \omega_i E(R_i)$$

$$(1)\omega_i \geq o$$

$$(2)\sum_{i=1}^{n} \omega_i = 1$$

$$(3)\sum_{i=1}^{n} \omega_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \omega_i \omega_j \sigma_{ij} = \sigma_p^2$$

$$i \neq j$$

ب) مدل پیشنهادی

$$MaxE(R_p) = R_f + \beta_p [E(R_M) - R_f]$$

$$S.to: (1)\sigma_M^2 (\sum_{i=1}^{n} \omega_i \ \beta_i)^2 + \sum_{i=1}^{n} \omega_i^2 \sigma_{\varepsilon i}^2 = \sigma_p^2$$

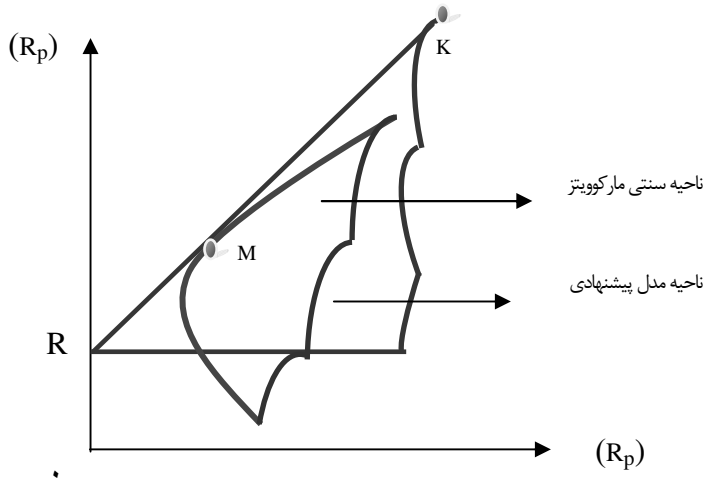
$$(2)\sum_{i=1}^{n} \omega_i = 1$$

$$(3)\omega_i \geq o$$

با کمی دقت به مدلهای سنتی و پیشنهادی، ملاحظه می گردد: اولاً، هر دو مدل یاد شده، مدلهای برنامه ریزی غیر خطی می باشند؛ ثانیاً، ناحیه معین شده از سوی هر یک از دو مدل در ارتباط با مقادیر ریسک ـ بازده انتظاری برای هر پرتفولیوی دلخواه از دارایی های ریسکی در صفحه $E(R_p)O\sigma(R_p)$ به شرح نمودار (۱-۴) می باشند.

[Downloaded from ecor.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.17356768.1389.10.2.2.5]



نمودار (۱-۴)

مطابق نمودار ۱-۴ ملاحظه می گردد: اولاً، مرز کارای میانگین ـ واریانس مدل پیشنهادی (خط R_f M K) در تناظر یک به یک با مرز کارای میانگین ـ واریانس مدل ارائه شده از سوی شارپ(CML) بدون در نظر گرفتن فرض وام گیری و وام دهی در نرخ بهره بدون ریسک که از فروض اساسی مدل شارپ می باشد، بوده است؛ ثانیاً، بر خلاف نظریه شارپ که کسب حد اکثر بازده انتظاری را منوط به اختیار نمودن ترکیبات گوناگون از پرتفولیوی بازار و دارایی غیر ریسکی با نرخ بازده بدون ریسک (R_f) می نماید، در مدل پیشنهادی، کسب چنین بازدهی ضرورتاً نیازی به اختیار نمودن پرتفولیوی بازار از سوی سرمایه گذاران را به همراه ندارد[۱].

از طرف دیگر، مطابق نمودار (۲-۴) ملاحظه می گردد، چنانچه سرمایه گذاری خواهان سرمایه گذاری در سهامی مشخص باشد که برای برخی از آنها بخشی از ریسک، غیر سیستماتیک باشد، آنگاه می توان به کمک مدل سنتی و مدل پیشنهادی در ازاء هر سطح مشخص از ریسک کل، مرز کارآیی را استخراج نمود که همواره مقدار بازده انتظاری کسب شده از سوی مدل پیشنهادی بزرگتر

---

۱. معادله خط بازار سرمایه (CML) در مدل شارپ به شرح ذیل می باشد:

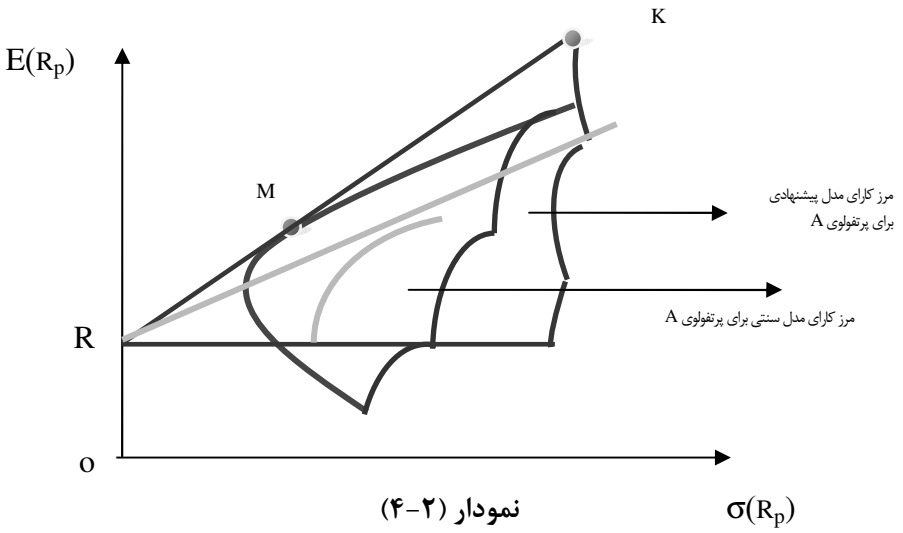
$$\sigma_{RC} = \alpha\sigma_{RM} \quad , \quad E_{RC} = \alpha E_{RM} + (1-\alpha)E_{RZ} \ : \ \alpha \le 1$$

چنانچه مقدار $0 \le \alpha \le 1$ باشد، آنگاه با فرض وام دادن و چنانچه مقدارآن منفی باشد با فرض وام‌گیری روبرو می‌باشیم.

[Downloaded from ecor.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.17356768.1389.10.2.2.5]

یا مساوی با مدل سنتی مارکوویتز باشد.



نمودار (۲-۴)

دلیل این امر را می توان در این حقیقت جستجو نمود که در مدل پیشنهادی بر خلاف مدل سنتی مارکوویتز، تلاش بر آن است که ریسک غیر سیستماتیک که بازار برای آن پاداشی را در نظر نمی گیرد و نه ریسک کل یک پرتفولیو، حداقل گردد.

لذا این امر سبب آن می گردد که همواره درهرسطح مشخص درنظرگرفته شده از ریسک کل برای یک پرتفولیوی دلخواه، همچون پرتفولیوی A درنمودار (۲-۴) بازده انتظاری مدل پیشنهادی همواره بزرگتر یا مساوی با بازده انتظاری مدل سنتی باشد.

در واقع، از آنجایی که طبق فرض، بازار تنها برای ریسک سیستماتیک حاضر به پرداخت پاداش می باشد، درمدل پیشنهادی، سعی برآن است که وزنهای هرسهم درسبد سرمایه گذاری به گونه ای اختیار گردد که سهم بخش ریسک غیرسیستماتیک یا ریسک زائد درپایین ترین سطح ممکن قرار گیرد؛ در حالی که درمدل سنتی وزنها ممکن است به گونه ای اختیارگردد که سهم بخش ریسک زائد لزوماً درسطح حداقل خود نباشد،که چنین امری منجر به کاهش بازده انتظاری پرتفولیو خواهد گردید.

مطالب یاد شده به لحاظ هندسی در نمودار (۲-۴) برای یک پرتفولیوی دلخواه همچون پرتفولیوی (A) برای هر یک از دو مدل سنتی و پیشنهادی به نمایش گذاشته شده است.

در بخش پایانی مقاله، برتری مدل پیشنهادی بر مدل سنتی و مدل شارپ به لحاظ عملی برای پرتفولیوی ساخته شده از اولین شش شرکت عمده تولید کننده سیمان کشور که به طور کاملاً

[Downloaded from ecor.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.17356768.1389.10.2.2.5]

دلخواه اختیار گردیده اند[۱]، به نمایش گذاشته شده است

۵. استخراج مرزکارای مدل پیشنهادی و سنتی

پس از تخمین پارامترهای مدل پیشنهادی و مدل سنتی، و مطالب بخشهای پیشین، اینک می توان درهریک از دو مدل از طریق اختیار نمودن مقادیر متفاوت برای ریسک پرتفولیوی تشکیل شده از اولین شش شرکت عمده تولید کننده سیمان، از بین مجموعه کلیه شرکت های تولید کننده سیمان کشور، مقادیر بازدهی های انتظاری متناظر و به دنبال آن مرزکارا را درهریک از دو مدل پیشنهادی و سنتی به دست آورد.

از آنجایی که هردو مدل پیشنهادی و سنتی، مدلهای برنامه ریزی غیرخطی پیچیده می باشند، به ناچار از بسته نرم افزاری(GAMS) استفاده شده و بدین ترتیب جدول (۱-۵) به شرح زیر استخراج گردید:

جدول (۱-۵)

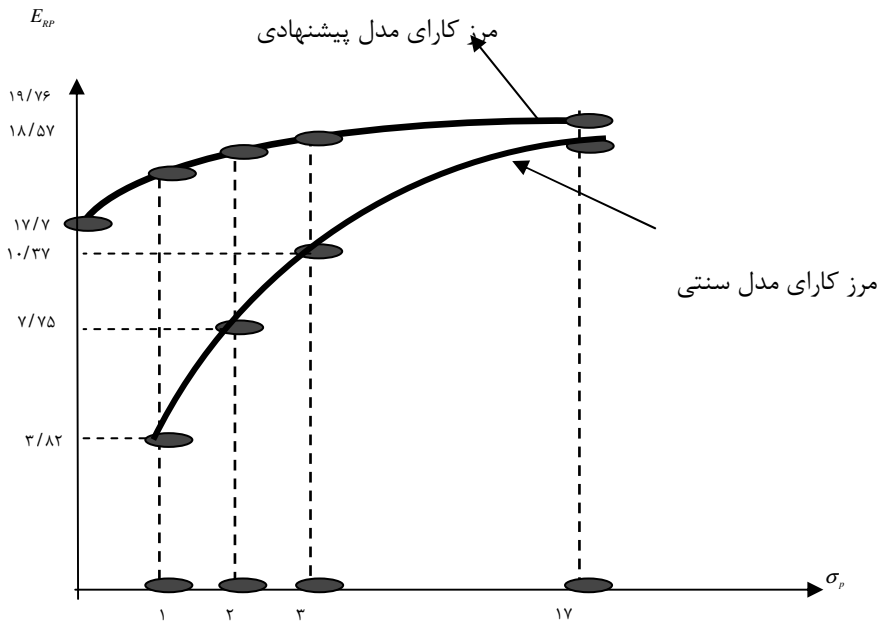
ریسک پرتفولیو	مدل سنتی	مدل پیشنهادی	مدل سنتی	مدل پیشنهادی
	بردار وزنها		بازده انتظاری پرتفولیو	
σ_p	$W=(\omega_T, \omega_{se}, \omega_{su}, \omega_k, \omega_d, \omega_h)$		$E(R_P)$	
۱	$W1=(0.01,0.02,0.01,0.01,0.01,0.37)$	$W_1^*=(0.02,0.05,0.01,0.01,0.03,0.33)$	۳،۸۲	۱۸،۳
۲	$W2=(0.02,0.04,0.01,0.02,0.03,0.74)$	$W_2^*=(0.05,0.11,0.01,0.02,0.05,0.68)$	۷،۷۵	۱۸،۹
۳	$W3=(0.11,0.16,0.05,0.11,0.03,0.5)$	$W_3^*=(0.01,0.01,0.11,0.01,0.01,0.85)$	۱۰،۳۷	۱۹،۲۴
۵	$W4=(0.21,0.33,0.11,0.24,0.01,0.09)$	$W_4^*=(0.01,0.01,0.26,0.01,0.01,0.7)$	۱۲،۵۳	۱۹،۳۴
۷	$W5=(0.15,0.21,023,0.39,0.01,0.01)$	$W_5^*=(0.01,0.01,0.39,0.01,0.01,0.6)$	۱۴،۱۴	۱۹،۴۱
۹	$W6=(0.07,0.07,0.34,0.49,0.01,0.01)$	$W_6^*=(0.01,0.01,0.5,0.01,0.01,0.46)$	۱۵،۳۸	۱۹،۴۹
۱۱	$W7=(0.01,0.01,0.50,0.46,0.01,0.01)$	$W_7^*=(0.01,0.01,0.63,0.01,0.01,0.34)$	۱۶،۴۸	۱۰، ۵۶
۱۳	$W8=(0.01,0.01,0.68,0.28,0.01,0.01)$	$W_8^*=(0.01,0.01,0.75,0.01,0.01,0.22)$	۱۷،۳۳	۱۹،۶۴
۱۵	$W9=(0.01,0.01,0.84,0.12,0.01,0.01)$	$W_9^*=(0.01,0.01,0.87,0.01,0.01,0.09)$	۱۸،۰۷	۱۹،۷۱
۱۷	$W10=(0.01,0.01,0.95,0.01,0.01,0.01)$	$W_{10}^*=(0.01,0.01,0.95,0.01,0.01,0.01)$	۱۸،۵۷	۱۹،۷۶

اینک می توان متناظر با جدول فوق، نمودارهای دو الگوی پیشنهادی و سنتی را به شرح نمودار (۱-۵) ترسیم نمود.

۱. شرکت های مورد مطالعه به ترتیب عبارتند از : سیمان تهران ،سیمان سپاهان، سیمان صوفیان، سیمان کرمان، سیمان درود و سیمان هرمزگان

[Downloaded from ecor.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.17356768.1389.10.2.2.5]



نمودار (۱-۵)

مطابق با اطلاعات موجود در جدول(۱-۵) و نمودار (۱-۵) ملاحظه می گـردد کـه مرزکـارای مدل پیشنهادی به لحاظ عملی بر بالای مرزکارای سنتی واقع می باشد.

لذا این امر، اثبات عملی فرضیه تحقیق را نیز به همراه دارد.

[Downloaded from ecor.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.17356768.1389.10.2.2.5]

نتیجه گیری و پیشنهادات

به رغم استفاده از نظریه (CAPM) در محافل مالی از سوی سرمایه گذاران، ملاحظه گردید که این مدل، برای آن گروه از سرمایه گذارانی که در هنگام سرمایه گذاری وجوه خود، تمایلی به اختیار نمودن پرتفولیوی بازار و نیز تمایلی به وام دادن و وام گرفتن در نرخ بهره بدون ریسک را از خود نشان نمی دهند و در مقابل، خواستار سرمایه گذاری وجوه خود در تعداد معین و مشخصی از سهام می باشند، به طور کامل غیر قابل استفاده می باشد.

همچنین از آنجایی که در مدل سنتی مارکوویتز تنها به مفهوم ریسک، آنهم در شکل کلی آن توجه گردیده و نیز از آنجایی که بازار تنها برای بخش سیستماتیک ریسک حاضر به پرداخت پاداش به سرمایه گذاران می باشد، ملاحظه می شود که مرز کارای میانگین ـ واریانس ارائه شده از سوی مارکوویتز، الزاماً در یک سطح مشخص از ریسک کل پرتفولیو در سطح ماکزیمم مقدار خود می باشد.

در این مقاله، سعی بر این بود که نارسایی های برشمرده شده در چارچوب پذیرش فرض مدل (CAPM) برطرف گردد.

در پایان، پیشنهاد می شود که درجهت اثبات فرضیه که متکی برمدل (CAPM) می باشد، سایر محققان علاقمند درصورت تمایل، می توانند سایر نظریه های موجود درباب قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای همچون نظریه سه عاملی فاما و فرنچ را که امروزه در ادبیات مالی کاربرد گسترده ای یافته، مورد بررسی و آزمون قراردهند. همچنین پیشنهاد می شود که درجهت تست عملی فرضیه، به داده های سایر بازارهای مالی خصوصاً داده های کشورهای پیشرفته صنعتی که از درجه اعتبار بالاتری به داده های موجود درکشور برخوردارند، استفاده نمایند.

[Downloaded from ecor.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.17356768.1389.10.2.2.5]

منابع و مآخذ

راعی، رضا و سعیدی، علی (۱۳۸۳) مبانی مهندسی مالی ومدیریت ریسک؛ تهران: انتشارات سمت، چاپ اول.

راعی، رضا و تلنگی، احمد (۱۳۸۳) مدیریت سرمایه گذاری پیشرفته؛ تهران: انتشارات سمت، چاپ اول.

رهنمای رودپشتی، فریدون و زنجیردار، مجید(۱۳۸۷) تبیین ضریب حساسیت با استفاده از مدل قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای و مدل تعدیلی؛ مجله پژوهشهای مدیریت، شماره ۷۹، ص ۱۴-۲.

نیکومرام، هاشم، رهنمای رودپشتی، فریدون و هیبتی، فرشاد(۱۳۸۴) مدیریت مالی (جلد دوم)؛ تهران: انتشارات ترمه، چاپ اول.

Brennan, michael J. (1977) the optimal number of securities in a Risky Asset portfolio when there are fixed costs of transacting: theory and some Emprical results; Journal of financial and Quantitative Analysis, x. No. 3, sept., pp. 483-496.

Buser , Stephen (1977) A simplified Expression for the Effieient frontier in Mean ~ variance portfolio Analysis; Management science, Vo1.23, pp 901-903.

Elton, Edwin J.and Gruber , Martin J. (1977) Risk Reduction and portfolio size : An Analytical solution; Journal of Business, 50 , No.4, oct. pp.415-437.

Evans & Archer (1968) Diversification &The Reduction of Dispersion : An Empinical Ana1ysis; Journal of finance. Vol.23, pp. 761-767.

Fama , Eugene F. & Kenneth R. French (1996) Multifactor Explanations of Asset pricing Anomalics; Journal of finance, Vol. 51 , pp. 55-84.

Fama, Eugene F. & kenneth R. French (2004); The capital Asset pricing meodel : Theory &Evidence; Journal of finance. pp. 1- 32.

Johnson K. and Shannon , D. (1974) A note of Diversification and the reduction of dispersion; Journal of finaneial Ecojnomics, 1,No. 4, Dec. pp. 365-372.

Kevin (2006) Security analysis & portfolio Management prentice – Hall of India private , New Dehli.

Kestern, W.(2005) case problems in finance; MC Graw –Hill , first edition.

Lintner , John (1965) The valuation of Risk Assets the selection of Risky Investment in stock portfolios & capital Budgets; Review of

[Downloaded from ecor.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.17356768.1389.10.2.2.5]

Economic & statistics. Vol. 47, pp. 13-37.

Lewis , Alan (1988) Asimple Algorithm for the portfolio selection problem; Journal of finance. Vol, 43 , pp. 71 – 82.

Markowitz , Harry (1987) Mean~variance analysis in portfolio choice and capital Markets; Cambridge, MA: Black well.

Markowitz , Harry (1952) portfolio selection; Jornal of finance, Vol. 7, PP.77-91.

Markowitz , Harry (1959) portfolio selection : Efficient Diversification Of inverstment; Cowles foundation Monograph. No. 16, New York : John wiley & sons, Inc.

Merton , Robert (1972) An analytic Derivation of the Efficient portfolio frontier; Journal of financial & Quantitative Analysis, vol.2, pp. 1851-1872.

Post, T.& Vliet, p. (2004) conditional Downside Risk, CAPM & ERIM; Report series Research in management.

Rao, Ramesh k.s (1989) Fundamentals of financial Management;, new York: Macmilan.

Reilly, k. & Brown, C. (2003) investment Analysis & portfolio management; seventh edition, 211, 200-237.

Roll , Richard (1997) A critique of the Asset pricing Theory's tests Part 1 : on past a potential Testability of the Theory; Jornal of financial Economics; Vol. 4, pp. 129 – 176.

sharpe , William F (1964) capital Asset prices : A theory of market Equilibrium under conditions of risk; Journal of finance, Vol. 19, pp. 425-442.

sharpe , William F. (1963) A simplified model for portfolio Analysis; Management science , vol.9, pp. 277 – 243. portfolio choice and capital Markets. Cambridge , MA: Black well.

Statman, meir (1987) How many stocks make a diversified portfolio; Journal of financial and quantitative analysis, 22 , No. 3, sept., pp.353-363.

[Downloaded from ecor.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.17356768.1389.10.2.2.5]